

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

29 серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Чисельний аналіз

рівень вищої освіти _____перший (бакалаврський) рівень_____

галузь знань _____ІІ – Математика та статистика_____

спеціальність _____ІІІ Математика_____

освітня програма _____Математика_____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____обов'язкова_____

факультет _____математики і інформатики_____

2024 / 2025 навчальний рік

програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Коробов Валерій Іванович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 8.

Завідувача кафедри прикладної математики

Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Прикладна математика»

Гарант освітньо-професійної програми «Прикладна математика»

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії

Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Чисельний аналіз» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності (напряму) 111 – Математика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «Чисельний аналіз» є навчання майбутніх спеціалістів наближеним методам обчислення.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни «Чисельний аналіз» є оволодіння майбутніми спеціалістами основними чисельними методами, здатність їх застосовування для розв'язання розглядуваних задач та уміння знаходити наближені розв'язки із заданою точністю.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
|---|-------------------------------------|
| Обов'язкова | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| 3-й | |
| Семестр | |
| 5-й | |
| Лекції | |
| 32 год. | |
| Практичні, семінарські заняття | |
| 32 год. | |
| Лабораторні заняття | |
| | |
| Самостійна робота | |
| 56 год. | |
| у тому числі індивідуальні завдання | |
| | 24 год. |

1.6. Заплановані результати навчання

За результатами вивчення даного курсу студенти повинні **знати:**

- методи інтерполяції функцій та їх особливості;
- методи чисельного інтегрування;
- метод найменших квадратів;
- методи чисельного диференціювання.
- кусково-поліноміальна апроксимація (кубічні сплайни);

вміти:

- чисельно інтегрувати;
- чисельно інтерполювати функції;
- чисельно знаходити похідну;
- чисельно розв'язувати рівняння методом найменших квадратів;
- провести алгоритмізацію методів, скласти обчислювальну схему методів, написати програму обчислень на мові програмування високого рівня; фактично провести обчислення на комп'ютері з доведенням обчислень до заданої точності та зручною формою видачі результатів; на основі цього подати і захистити відповідної форми звіт.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Тема 1. Інтерполяційні поліноми Лагранжа, Ньютона, Ерміта

- Постановка задачі інтерполяції. Достатні умови того, щоб система функцій була системою Чебишева. Узагальнена теорема Ролля. Існування та єдиність узагальненого інтерполяційного полінома.
- Інтерполяційний поліном Лагранжа та його залишковий член. Поліноми Чебишева та їх властивості. Побудова полінома Лагранжа за вузлами, які є коренями полінома Чебишева, та його залишковий член.
- Розділені різниці та їх властивості. Інтерполяційний поліном Ньютона.
- Розділені різниці із значеннями аргументу, що повторюються.
- Інтерполяційний поліном Ерміта.
- Введення інтерполяційних поліномів Лагранжа та Ерміта за допомогою визначника.

Тема 2. Кубічні інтерполяційні сплайни.

- абстрактна постановка задачі інтерполяції сплайнами;
- визначення, побудова та екстремальна властивість кубічного інтерполяційного сплайна;
- збіжність процесу інтерполяції кубічними сплайнами;
- побудова кубічних інтерполяційних сплайнів через базисні кубічні сплайни;
- фундаментальні сплайни, побудова кубічних інтерполяційних сплайнів.

Тема 3. Наближення функцій.

- критерій лінійної незалежності функцій;
- наближення функцій, які задані таблично, методом найменших квадратів;
- середньоквадратичне наближення лінійно незалежними функціями;
- середньоквадратичне наближення функцій алгебраїчними многочленами;
- середньоквадратичне наближення функцій тригонометричними многочленами;
- середньоквадратичне наближення функцій системою ортогональних многочленів.

Тема 4. Чисельне інтегрування.

- квадратурні формули прямокутників, трапецій, парабол (Сімпсона);
- оцінка похибки квадратур;
- квадратурні формули Ньютона-Котеса;

- побудова квадратурних формул методом невизначених коефіцієнтів;
- квадратурні формули Гауса;
- квадратурні формули Чебишева.

Тема 5. Чисельне диференціювання.

- чисельне диференціювання з використанням поліномів Лагранжа;
- оцінка похибки;
- чисельне диференціювання методом невизначених коефіцієнтів.

3. Структура навчальної дисципліни

| Назви модулів і тем | Кількість годин | | | | | |
|--|-----------------|--------------|-----------|-----|----|-----------|
| | Денна форма | | | | | |
| | Усього | у тому числі | | | | |
| Л | | п | лаб | інд | сп | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Тема 1. Інтерполяційні поліноми Лагранжа, Ньютона, Ерміта | 24 | 8 | 8 | | | 8 |
| Тема 2. Кубічні інтерполяційні сплайни. | 20 | 6 | 6 | | | 8 |
| Тема 3. Наближення функцій. | 17 | 6 | 6 | | | 5 |
| <i>Колоквіум</i> | 2 | | 2 | | | |
| Тема 4. Чисельне інтегрування. | 17 | 6 | 6 | | | 5 |
| Тема 5. Чисельне диференціювання. | 16 | 6 | 4 | | | 6 |
| <i>Виконання трьох індивідуальних розрахунково-графічних завдань</i> | 24 | | | | | 24 |
| Разом | 120 | 32 | 32 | | | 56 |
| Усього годин | 120 | 32 | 32 | | | 56 |

4. Темі практичних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|---|-----------------|
| 1 | Побудова інтерполяційного полінома Лагранжа. | 2 |
| 2 | Побудова інтерполяційного полінома Ньютона | 2 |
| 3 | Побудова інтерполяційного полінома Ерміта | 2 |
| 4 | Поняття сплайну | 2 |
| 5 | Побудова кубічного сплайну. | 2 |
| 6 | Наближення функцій методом найменших квадратів. | 2 |
| 7 | Середньоквадратичне наближення функцій лінійно незалежними функціями | 2 |
| 8 | Середньоквадратичне наближення функцій алгебраїчними многочленами | 2 |
| 9 | Середньоквадратичне наближення функцій тригонометричними многочленами | 2 |
| 10 | Середньоквадратичне наближення функцій ортогональними | 2 |

| | | |
|----|------------------------------------|-----------|
| | многочленами | |
| 11 | Квадратурні формули прямокутників. | 2 |
| 12 | Квадратурні формули трапецій | 2 |
| 13 | Квадратурні формули парабол | 2 |
| 14 | Квадратурні формули Гауса | 2 |
| 15 | Квадратурні формули Чебишева | 2 |
| 16 | Чисельне диференціювання | 2 |
| | Разом | 32 |

5. Завдання для самостійної роботи

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1 | Підготовка до практичних занять, колоквиуму, виконання домашніх завдань за темами 1-3. | 18 |
| 2 | Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань за темами 4-5. | 14 |
| 3 | Виконання трьох індивідуальних розрахунково-графічних завдань | 24 |
| | Разом | 56 |

6. Індивідуальні завдання

Індивідуальне розрахунково-графічне завдання №1 «Інтерполяція функцій поліномами за формулами Лагранжа, Ньютона і Ерміта». Студентам пропонується завдання за такими темами:

1. Практична побудова многочлена Лагранжа з рівновіддаленими вузлами.
2. Практична побудова многочлена Лагранжа з вузлами, які є коренями полінома Чебишева.
3. Порівняння результатів побудови многочлена Лагранжа з рівновіддаленими вузлами та вузлами, які є коренями полінома Чебишева.
4. Практична побудова многочлена Ньютона.
5. Практична побудова многочлена Ерміта.

Індивідуальне розрахунково-графічне завдання №2 «Інтерполяція функцій сплайнами»: практична побудова сплайнів першого, другого та третього порядків

Індивідуальне розрахунково-графічне завдання №3 «Обчислення інтегралів за допомогою квадратурних формул трапецій та парабол»: застосування формул прямокутників, трапецій, Симпсона до наближеного обчислення визначених інтегралів; порівняння результатів.

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративні лекції, репродуктивні і частково-пошукові методи при проведенні практичних занять, індивідуальні завдання. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом самостійного написання комп'ютерних програм.

8. Методи контролю

- поточний контроль (опитування за теоретичним матеріалом);
- перевірка індивідуальних завдань;

- проведення колоквіуму,
- проведення екзамену.

9. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | Екзамен | Сума |
|--|---------------------------|---------------------------|-----------|-------|---------|------|
| Індивідуальне завдання №1 | Індивідуальне завдання №2 | Індивідуальне завдання №3 | Колоквіум | Разом | | |
| 20 | 15 | 15 | 10 | 60 | 40 | 100 |

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену), не передбачена програмою.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Колоквіум: студент отримує одне теоретичне запитання; у разі правильної обґрунтованої відповіді студент отримує за завдання до 10 балів; якщо у відповіді є помилки, бал може бути зменшено в залежності від критичності зроблених помилок:

- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків;
- у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді оцінка зменшується до 70 відсотків;
- якщо відповідь повністю неправильна – виставляється 0 балів.

Індивідуальні розрахунково-графічні завдання: студентам надаються задачі, за темою індивідуального завдання. Потрібно написати комп'ютерну програму, яка розв'язує поставлену задачу, проаналізувати отримані результати і зробити висновки.

Після виконання кожного індивідуального завдання студенти надають звіт, що складається з наступних пунктів: постановка задачі, опис теоретичних методів для розв'язання задачі, код програми, результати розрахунків, аналіз отриманих результатів і висновки.

За результатами цього звіту виставляється оцінка за такими критеріями:

- максимальний бал у разі правильного виконання кожного з пунктів завдання;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід міркувань в цілому правильний;
- якщо відповідь не відповідає жодному з критеріїв – виставляється 0 балів.

Екзаменаційна робота складається з трьох завдань і передбачає письмову відповідь на два теоретичних питання зі списку, який надається студентам заздалегідь, а також розв'язання практичної задачі.

По кожному завданню екзаменаційної роботи нараховується:

- максимальний бал у разі правильної обґрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний,
- у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів
- відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Шкала оцінювання: чотирирівнева

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка |
|--|--------------|
| 90 – 100 | відмінно |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно |

10. Рекомендована література Основна література

1. С. М. Шахно, А. Т. Дудикевич, С. М. Левицька. Практикум з чисельних методів. Львів, 2009.
2. І. А. Дичка, М. В. Онай, Р. А. Гадиняк. Чисельні методи. Розв'язання задач лінійної алгебри та нелінійних рівнянь: лабораторний практикум. Київ, 2018.
3. Л. П. Фельдман, А. І. Петренко, О. А. Дмитрієва. Чисельні методи в інформатиці.– К.: Видавнича група ВНУ. – 2006.
4. В.В. Попов. Методи обчислень. – К., Київський ВПЦ, 2012.

Допоміжна

1. A. Greenbaum, T. Chartier. Numerical Methods: Design, Analysis, and Computer Implementation of Algorithms. – 2012.
2. Richard L. Burden and J. Douglas Faires. Numerical Analysis (Ninth Edition) 2011, 2005, 2001 Brooks/Cole, Cengage Learning.
3. М.Я. Лященко, М.С. Головань. Чисельні методи. – К.: Либідь, 1996.