

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“18” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни
Сучасний гармонічний аналіз

рівень вищої освіти **третій (освітньо-науковий)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітньо-наукова програма - **Математика**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Гефтер Сергій Леонідович – кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (наукової)
програми



Сергій ФАВОРОВ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і
інформатики.

Протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Сучасний гармонічний аналіз» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки **доктор філософії**
спеціальність **111 Математика**
освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «Сучасний гармонічний аналіз» є висвітлення основних фактів та ідей теорії рядів Фур'є із сучасних позицій.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «Сучасний гармонічний аналіз» є

- ознайомлення аспірантів з важливим розділом сучасної топологічної алгебри – теорією компактних топологічних груп;
- побудова теорії унітарних зображень компактних топологічних груп;
- побудова теорії рядів Фур'є на компактній комутативній групі;
- ознайомлення аспірантів з основними ідеями теорії узагальнених функцій на прикладі простору узагальнених функцій на колі;

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, володіння системним науковим світоглядом, професійною етикою та загальним культурним кругозором.

ФК03. Здатність вивчати, розуміти та аналізувати існуючі математичні методи, а також оцінювати їхні можливості для подальшого використання при розв'язанні конкретних наукових задач

ФК04. Здатність розв'язувати нетривіальні математичні задачі.

ФК06. Здатність порівнювати результати власних досліджень і результати досліджень інших вчених.

1.3. Кількість кредитів – 5

1.4. Загальна кількість годин – 150

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
5-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
86 год.	
у тому числі Індивідуальні завдання	
	-

1.6. Програма вивчення вибіркової навчальної дисципліни «Сучасний гармонічний аналіз» передбачає засвоєння основних понять теорії рядів Фур'є на компактній комутативній групі, основних ідей теорії узагальнених функцій, та вироблення навичок їх застосування.

Програмні результати навчання за ОНП:

РН01. Мати глибинні знання з напрямку спеціалізації та широку ерудицію в галузі математики.

РН02. Вміти самостійно розв'язувати складні математичні задачі, доводити теореми, будувати приклади.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Гармонічний аналіз на компактній комутативній групі.

1. Теорія компактних топологічних груп. Топологічна група, замкнені підгрупи, неперервні гомоморфізми. Приклади.
2. Міра Хаара. Теорема фон Неймана про існування та єдиність інваріантної міри на компактній топологічній групі. Теорема Маркова-Какутані.
3. Приклади інваріантних мір. Скінченна група та прямий добуток скінченних груп. Унітарна та ортогональна група..
4. Теорія Петера-Вейля. Унітарні зображення топологічної групи. Інваріантні підпростори. Основна лема для компактої групи та її уточнення для компактої комутативної групи.
5. Перетворення Фур'є на компактній комутативній групі та формули його обернення. Теореми про повноту системи характерів компактої комутативної групи.
6. Група характерів компактої та дискретної комутативної групи. Теорема двоїстості Понтрягіна.

Розділ 2. Узагальнені функції на колі.

1. Перетворення Фур'є міри на компактній комутативній групі. Проблеми зі збіжністю для ряду Фур'є міри на довільній компактній комутативній групі.
2. Загальні властивості узагальнених функцій на колі.
3. Важливі приклади узагальнених функцій на колі.
4. Ряд Фур'є узагальненої функції на колі. Теорема про збіжність ряду Фур'є узагальненої функції на колі.
5. Приклади та деякі застосування рядів Фур'є узагальнених функцій на колі.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усьог о	у тому числі				
		л	п	ла б	інд	ср		л	п	ла б	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Гармонічний аналіз на компактній комутативній групі.	100	20	20			60						

Розділ 2. Узагальнені функції на колі.	50	12	12			26						
Усього годин	150	32	32			86						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Класичні ряди Фур'є	2
2	Групи характерів	4
3	Топологічні групи	4
4	Простір Шварца	4
5	Узагальнені функції на колі	8
6	Ряди Фур'є узагальнених функцій на колі	6
7	Приклади застосувань	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Класичні ряди Фур'є	6
2	Групи характерів	10
3	Топологічні групи	10
4	Простір Шварца	10
5	Узагальнені функції на колі	20
6	Ряди Фур'є узагальнених функцій на колі	10
7	Приклади застосувань	20
	Підготовка до екзамену	
	Разом	86

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний, (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольні роботи) методи.

8. Методи контролю

Поточне опитування, домашні завдання, підсумковий контроль – екзамен.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, домашні завдання					екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Домашні завдання	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом		
10	10	40	-	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

	Оцінка за національною шкалою
--	-------------------------------

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. В.М. Кадець Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижигов, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”).
2. Фардигола Л. В. Перетворення Фур’є та його застосування. Навчальний посібник (Харків: ФТІНТ ім. Б.І. Веркіна НАН України, 2024, видання електронне).
3. Ю.М. Березанський, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. Функціональний аналіз: підручник. - Львів : Видавець І.Е. Чижигов, 2014. - 229 с.
4. Katznelson Y. An introduction to harmonic analysis. Cambridge Univ. Press. 2004.

Допоміжна література

1. Edwards R.E. Fourier Series, Springer, V.1 . Springer, 1982.
2. Evans L.C. Partial Differential Equations (2nd ed.), American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 2010.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <https://mathworld.wolfram.com/topics/GeneralizedFunctions.html>