

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



“08” 08 2024 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Лінійна алгебра

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика, 01 – Освіта/Педагогіка**

спеціальність **111 – Математика, 113 – Прикладна математика,
014.04 – Середня освіта (Математика)**

освітня програма **«Математика», «Прикладна математика»,
«Математика та інформатика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

від 27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Каролінський Євген Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри

Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми

Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Прикладна математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми

Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика та інформатика».

Гарант освітньої (професійної)

програми

Ганна ЧЕРНОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики
протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії

Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Лінійна алгебра” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр» спеціальності **111 – Математика, 113 – Прикладна математика, 014.04 – Середня освіта (Математика)**, освітня програма «Математика», «Прикладна математика», «Математика та інформатика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам лінійної алгебри, а також многочленам декількох змінних.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам алгебри та застосуванню цих методів для розв’язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.3. Кількість кредитів – **6**

1.4. Загальна кількість годин – **180**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов’язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
48 год.	
Практичні, семінарські заняття	
48 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
84 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен **знати:**

- ✓ Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
- ✓ Основні властивості многочленів декількох змінних. Основну теорему про симетричні многочлени.
- ✓ Теорію жорданової форми лінійного оператора.
- ✓ Означення та властивості білінійних та квадратичних функціоналів, в тому числі зв’язок між симетричними білінійними та квадратичними функціоналами, алгоритм Лагранжа діагоналізації квадратичних функціоналів, канонічний вигляд квадратичних функціоналів над полями дійсних та комплексних чисел, додатно визначені квадратичні форми.
- ✓ Властивості та приклади просторів зі скалярним добутком.

✓ Спектральну теорему для нормальних операторів в ермітовому просторі. Властивості самоспряжених та унітарних операторів в ермітовому просторі. Канонічний вигляд нормального оператора в евклідовому просторі. Класифікацію ортогональних операторів.

уміти:

- ✓ Виразити симетричний многочлен через основні симетричні многочлени.
- ✓ Знаходити жорданову форму лінійного оператора та відповідний базис.
- ✓ Приводити квадратичний функціонал до діагонального вигляду за допомогою алгоритму Лагранжа.
- ✓ Знаходити канонічний вид квадратичної форми над полями комплексних та дійсних чисел.
- ✓ Перевіряти додатну визначеність квадратичної форми.
- ✓ Знаходити ортогональний та ортонормований базиси підпростору евклідова або ермітова простору.
- ✓ Знаходити ортогональне доповнення до підпростору евклідового або ермітового простору, обчислювати відповідні ортогональні проекції.
- ✓ Знаходити базис діагоналізації нормального оператора в ермітовому просторі.
- ✓ Знаходити канонічний вид матриці нормального оператора в евклідовому просторі та відповідний базис.
- ✓ Приводити квадратичну форму в евклідовому просторі до головних осей.

Програмні результати навчання:

PH.15 Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Многочлени декількох змінних

1. Кільце многочленів від декількох змінних. Відсутність дільників нуля. Лема Гауса. Розкладання на незвідні множники.
2. Лексикографічний запис многочлена від декількох змінних. Симетричні многочлени. Основна теорема про симетричні многочлени. Формули Ньютона.

Розділ 2. Жорданова форма лінійного оператора

1. Кореневі підпростори лінійного оператора. Жорданова форма лінійного оператора.
2. Функції від лінійного оператора.
3. Централізатор лінійного оператора. Теорема про подвійний централізатор.

Розділ 3. Білінійні та квадратичні функціонали. Лінійні простори із скалярним добутком

1. Білінійні та квадратичні функціонали, зв'язок між ними.
2. Алгоритм Лагранжа діагоналізації квадратичної форми. Канонічний вигляд квадратичної форми над полями комплексних та дійсних чисел.
3. Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
4. Півторалінійні функціонали.
5. Простори із скалярним добутком, приклади та найпростіші властивості.
6. Алгоритм Грама-Шмідта побудови ортогонального базису.
7. Ортогональне доповнення та його властивості.

Розділ 4. Спектральна теорія лінійних операторів в просторах із скалярним добутком

1. Спектральна теорема для нормальних операторів в ермітовому просторі. Приклади: унітарні та самоспряжені оператори, їх власні значення.
2. Комплексифікація.

3. Канонічний вигляд матриці нормального оператора в евклідовому просторі. Випадок самоспряженого та ортогонального операторів.
4. Полярне розкладання лінійного оператора.
5. Квадратичні форми в евклідовому просторі. Теорема про головні осі.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Многочлени декількох змінних	30	8*	8			14						
Розділ 2. Жорданова форма лінійного оператора	45	12*	12			21						
Розділ 3. Білінійні та квадратичні функціонали. Лінійні простори із скалярним добутком	60	16*	16			28						
Розділ 4. Спектральна теорія лінійних операторів в просторах із скалярним добутком	45	12*	12			21						
Усього годин	180	48	48			84						

*(За дистанційною формою, на платформі ZOOM.

4. Темі семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Многочлени декількох змінних Симетричні многочлени.	8
2	Жорданова форма лінійного оператора Кореневі підпростори лінійного оператора. Жорданова форма лінійного оператора. Функції від лінійного оператора. Централізатор лінійного оператора. Розв'язання операторних та матричних рівнянь.	12
3	Білінійні та квадратичні функціонали. Лінійні простори із скалярним добутком Білінійні та квадратичні функціонали, зв'язок між ними. Алгоритм Лагранжа діагоналізації квадратичної форми. Канонічний вигляд квадратичної форми над полями комплексних та дійсних чисел. Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра. Півторалінійні функціонали. Простори із скалярним добутком, приклади та найпростіші властивості. Алгоритм Грама-Шмідта побудови ортогонального базису. Ортогональне доповнення та його властивості.	14

4	Спектральна теорія лінійних операторів в просторах із скалярним добутком Спектральна теорема для нормальних операторів в ермітовому просторі. Унітарні та самоспряжені оператори. Канонічний вигляд матриці нормального оператора в евклідовому просторі. Випадок самоспряженого та ортогонального операторів. Полярне розкладання лінійного оператора. Квадратичні форми в евклідовому просторі. Теорема про головні осі.	12
5	Контрольна робота.	2
Разом		48

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Робота над домашніми завданнями протягом семестру, що відповідають темам практичних занять:	
1	Многочлени декількох змінних	14
2	Жорданова форма лінійного оператора	21
3	Білінійні та квадратичні функціонали. Лінійні простори із скалярним добутком (Домашнє завдання)	28
4	Спектральна теорія лінійних операторів в просторах із скалярним добутком (Домашнє завдання)	21
Разом		84

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Форми навчання: лекції (розкриваються принципові та найбільш важливі аспекти визначених тем) із застосуванням мультимедійних засобів навчання; інтерактивні практичні заняття з елементами теоретичних питань.

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

- поточний семестровий (контрольна робота - 1);
- підсумковий семестровий (екзамен).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Розділ 4	20	60	40	100
10	10	10	10				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань. За активність під час занять можуть нараховуватись бонусні бали.

За контрольні роботи бали нараховуються таким чином:
 максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;
 за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;
 за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний;
 у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів;
 відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань та однієї задачі. Максимальну кількість балів за теоретичні питання можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, то оцінка зменшується від 40 до 100 відсотків. Задача оцінюється за тими ж принципами, що контрольні роботи.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90–100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. В. І. Андрійчук, Б. В. Забавський. Лінійна алгебра. – Львів, 2008.
2. E. Vinberg. A Course in Algebra. – AMS, 2003.
3. В. С. Мазорчук. Жорданова нормальна форма. – Київ, 1998.

Допоміжна література

1. A. I. Kostrikin, Yu. I. Manin. Linear Algebra and Geometry. – Gordon and Breach, 1997
2. S. Lang. Algebra. – Springer, 2002.