Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”

Проректор з науково- педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В.

“\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_ 2018р.

# Робоча програма навчальної дисципліни

**Маловимірна геометрія та топологія**

Спеціальність (напрям) **111 – математика**

спеціалізація \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(шифр, назва спеціалізації)

факультет **математики і інформатики**

218 / 2019 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2018 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Болотов Дмитро Валерійович, доктор фізико – математичних наук,**

**професор кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики.

Протокол від 27 серпня 2018 року № 1.

Завідувач кафедри Ямпольский О.Л.

Програму погоджено методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 27 серпня 2018 року № 1.

Голова методичної комісії Анощенко О.О.

**Вступ**

Програма навчальної дисципліни **«Маловимірна геометрія і топологія»** складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо - наукової) програми підготовки  **магістр**

спеціальності (напряму) **111- математика**

спеціалізації \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «Маловимірна геометрія і топологія» є ознайомлення з базовими поняттями трьохвимірної топології, топологічними та геометричними інваріантами.

1.2. Основні завдання навчальної дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни «Маловимірної геометрії і топології» є оволодіння обчислювальними методами маловимірної топології для знаходження топологічних інваріантів тривимірних многовидів.

1.3. Кількість кредитів - **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.5 Характеристика навчальної дисципліни | |
| Нормативна / **за вибором** | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| **2-й** |  |
| Семестр | |
| **4-й** |  |
| Лекцій | |
| **26 год.** |  |
| **Практичні,** семінарські заняття | |
| **26 год.** |  |
| Лабораторні заняття | |
|  |  |
| Самостійна робота | |
| **68 год.** |  |
| Індивідуальні завдання | |
|  | |

1.6 Заплановані результати навчання:

**Знати:**

* поняття двовимірного орбівиду та його фундаментальної групи;
* структуру груп ізометрій евклідова, сферичного та гіперболічного просторів;
* поняття модельної геометрії за Терстоном;
* структуру та властивості дискретних груп рухів терстоновських геометрій;
* поняття шарування Зейферта;
* поняття шарування та контактної структури.

**Уміти:** користуватися обчислювальними методами маловимірної топології.

**2. Тематичній план навчальної дисципліни**

***Тема 1.*** Геометрії на двовимірних многовидах та орбівидах.

Зміст

* Модельні двовимірні геометрії та їх дискрені групи рухів.
* Орбівиди. Фундаментальна група орбівиду.

***Тема 2.*** Евклідова та сферична геометрії.

Зміст

* Евклідова геометрія E3 та геометрія сфери S3. Їх групи ізометрій.
* Плоскі та сферичні форми. Приклади.
* Структура дискретні групи рухів.

***Тема 3.*** Гіперболічна геометрія.

Зміст

* Ізометрії H3. Класифікація.
* Дискретні групи ізометрій H3. Гіперболічні форми та їх фундаментальна група.
* Повні гіперболічні 3-многовиди скінченного об’єму. Додаток до вузла вісімка.
* Теорема Мостова про жорсткість

***Тема 4*** *Терстоновскі геометрії*

Зміст

* Відображення розгортки та повнота.
* Модельні геометрії за Терстоном.
* Шарування Зейферта та їх геометрізація.
* Геометрії торічних розшарувань.

**3. Структура навчальної дисципліни**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | |
| денна форма | | | | | | заочна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | | усього | у тому числі | | | | |
| л | п | лаб | інд | с. р. | л | п | лаб | інд | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Тема 1.  Геометрії на двовимірних многовидах та орбівидах | 22 | 4 | 4 |  |  | 14 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.  Евклідова та сферична геометрії | 28 | 6 | 6 |  |  | 16 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3.  Гіперболічна геометрія | 36 | 8 | 8 |  |  | 20 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4.  Терстоновскі геометрії | 34 | 8 | 8 |  |  | 18 |  |  |  |  |  |  |
| Підготовка до заліку |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Усього годин | **120** | **26** | **26** |  |  | **68** |  |  |  |  |  |  |

**4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п\п | Назва теми | Кількість годин |
| 1 | Обчислення єйлерової характеристики та фундаментальної групи орбівидів | 4 |
| 2 | Побудова конструкції просторових та сферичних форм за допомогою склейок. Обчислення фундаментальної групи. | 6 |
| 3 | Побудова конструкції гіперболічних 3-многовидів скінченного обїему на доповненні до гіперболічних вузлів. Обчислення фундаментальної групи та об’єму гіперболічних форм | 8 |
| 4 | Вивчення властивостей дискретних груп рухів на терстоновських компактних многовидах. Вивчення геометричних властивостей терстоновських компактних многовидів. | 8 |
|  | Разом | **26** |

.

**5. Самостійна робота**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  з/п | Назва теми | Кількість  годин | Форма контролю |
| 1 | Класифікація плоских орбівидів | 6 | Опитування |
| 2 | Ейлерова характеристика орбівиду та формула Рімана-Гурвіца. | 8 | Опитування |
| 3 | Теорема Бібербаха. | 8 | Опитування |
| 4 | Класифікація сферичних форм. | 8 | Опитування |
| 5 | Гіперболічні вузли. | 10 | Опитування |
| 6 | Обчислення об’єму гіперболічних многовидів. | 10 | Опитування |
| 7 | Структура шарувань та контактних структур на терстоновських 3-многовидах. | 8 | Опитування |
| 8 | Структура групи ізометрій модельних терстоновських геометрій. | 10 | Опитування |
| 9 | Підготовка до заліку |  | залік |
|  | Разом | **68** |  |

**6. Індивідуальні завдання**

Не передбачені планом.

**7. Методи контролю**

Поточний контроль – опитування, залікове завдання; підсумковий контроль – залік.

(тестова частина, опитування).

**8. Схема нарахування балів**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль та самостійна робота | | | | | | Сума |
| Розділ 1 | | | | Разом | Залік |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | 60 | 40 | 100 |  |
| 15 | 15 | 15 | 15 |

**Шкала оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка за національною шкалою | |
| для екзамену | для заліку |
| 90 – 100 | відмінно | зараховано |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно | не зараховано |

**Критерії оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 –69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |

**9. Рекомендоване методичне забезпечення**

**Основна література**

1. Тёрстон У. Трехмерная топология и геометрия. Монография. — М.: МЦНМО, 2001. — 312 с.
2. Скотт П. (Scott) Геометрии на трехмерных многообразиях. Мат.НЗН 39, Мир, 1986

**Допоміжна література**

1. О.А. Борисенко. Диференціальна геометрія і топологія. – Х.: Основа, 1995.
2. F. Bonahon Geometric structures on 3-manifolds Handbook of Geometric Topology (2002) Elsevier.
3. Allen Hatcher: [Notes on Basic 3-Manifold Topology](http://www.math.cornell.edu/~hatcher/3M/3M.pdf) 2000.