Програма атестаційного екзамену
зі спеціальності «математика», ОПП Математика
освітній рівень: бакалавр, 2024/2025 навчальний рік

Алгебра

1. Визначення групи, підгрупи. Теорема Лагранжа.
2. Лінійні оператори в скінченновимірних просторах, їх матриці, власні значення та власні вектори.
3. Самоспряжені оператори в скінченновимірних просторах та їх квадратичні форми. Зведення до діагонального вигляду.
4. Системи лінійних рівнянь. Теореми Крамера і Кронекера-Капеллі.

Математичний аналіз

1. Діференційованість функції декількох змінних. Теорія екстремумів.
2. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Властивості сум функціональних рядів.
3. Інтеграли (Римана і невласний), залежні від параметра, їх властивості і спосіб обчислення.
4. Кратні інтеграли та їх властивості. Заміна змінних.
5. Поверхневі інтеграли та їх властивості.
6. Зв’язки між подвійними і криволінійним, поверхневим і криволінійним, потрійним і поверхневим інтегралами.

Диференціальна геометрія.

1. Перша квадратична форма регулярної поверхні. Обчислення довжин кривих, кутів між кривими, площ областей.
2. Друга квадратична форма регулярної поверхні. Гаусова і середня кривини поверхні та їх обчислення.
3. Спеціальні лінії на поверхнях: лінії кривини, асимптотичні та геодезичні. Їхні властивості.

Топологія

1. Означення і приклади топологічних просторів. Аксіоми зліченності та відокремлюваності. Теорема Ліндельофа.
2. Означення відображення. Ін’єкція, сюр’єкція та бієкція. Повний прообраз та обернене відображення. Визначення топології через відображення (індукована та фактор-топологія).
3. Неперервні відображення та гомеоморфізми. Гомеоморфізм як відкрито-замкнене відображення. Означення та приклади топологічних інваріантів.
4. Зв’язність та лінійна зв’язність топологічного простору як топологічні інваріанти. Означення області.
5. Компактність топологічного простору як топологічний інваріант. Компактні підмножини в R^n. Теорема Вейерштраса.

Звичайні диференціальні рівняння

1. Теореми існування та єдиності розв’язку задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь.
2. Лінійні диференціальні рівняння та системи рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
3. Стійкість за Ляпуновим розв’язків систем звичайних диференціальних рівнянь.

Комплексний аналіз

1. Елементарні функції комплексного змінного і здійснювані ними конформні відображення.
2. Теорема про інтеграл уздовж замкненого контуру. Інтегральна формула Коші.
3. Принцип максимуму модуля для аналітичних функцій.
4. Ряди Лорана та класифікація ізольованих особливих точок.
5. Теорія лишків. Приклади застосування до обчислення інтегралів.

Рівняння математичної фізики

1. Крайові задачі для рівняння Лапласа. Функція Гріна задачі Діріхле та її властивості.
2. Рівняння Лапласа в кулі, формула Пуассона.
3. Задача Коші для рівняння теплопровідності на всій осі. Теорема існування та єдиності класичних розв’язків. Формула Пуассона-Дюамеля.
4. Початково-крайові задачі для хвильового рівняння на відрізку. Розв’язання початково-крайової задачі Діріхле методом Фур’є. Теорема існування та єдиності розв’язків у випадку однорідних граничних умов та рівняння.

Функціональний аналіз

1. Метричний простір і його топологія. Послідовності, що збігаються і фундаментальні. Повнота. Принцип вкладених множин.
2. Нормовані простори. Критерій неперервності лінійного оператора. Норма оператора.
3. Компактність в метричних і нормованих просторах. Критерій компактності в скінченновимірному просторі. Теорема Риса про некомпактність одиничної кулі.

4. Банахів простір. Простори L_p.Нерівність Гельдера, функціонал інтегрування з вагою та його норма. Формулювання теореми про загальний вигляд лінійного функціоналу в L_p.
5. Теорема Гана – Банаха і її наслідки.
6. Гільбертів простір. Ортонормовані системи в гільбертовому просторі та ряди Фур'є.
7. Ортогоналізація за Грамом-Шмідтом і теорема про існування ортонормованого базису в сепарабельному гільбертовому просторі.

Теорія ймовірностей

1. Математичне сподівання, дисперсія випадкової величини і коваріація випадкових величин. Нерівності Маркова і Чебишова. Приклад поліномів Бернштейна.
2. Центральна гранична теорема. Приклади. Центральна гранична теорема з умовою Ліндеберга. Центральна гранична теорема для трикутного масиву.
3. Ланцюги Маркова. Приклади. Рекурентність станів ланцюга Маркова.
4. Пуассонівський процес. Об'єднання та розщеплення. Приклади.

Математична статистика

1. Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики.
2. Поняття незсуненості та слушності оцінок параметрів розподілу. Методи побудови оцінок параметрів. Точкові та інтервальні оцінки параметрів нормального розподілу. Теорема Рао-Крамера.
3. Критерії згоди, критерій Пірсона для перевірки гіпотези про вид розподілу та про рівність розподілів.
4. Критерії однорідності, критерій Фішера та Стьюдента для перевірки рівності дисперсій та математичних сподівань.
5. Парна лінійна регресія. Метод найменших квадратів. Критерій Пірсона для перевірки кореляційної залежності.

Затверджено на засіданні науково-методичної комісії факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна протокол №1 від 27.08.2024 р.

Голова науково-методичної комісії

Євген МЕНЯЙЛОВ