

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-
педагогічної роботи

Олександр ГОЛОВКО

_____ 2022 р.
“ ” _____

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Топологія

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика, 113 – Прикладна математика
014.04 – Середня освіта (Математика)**

освітня програма **«Математика», «Прикладна математика»,
«Математика та інформатика»**

вид дисципліни **обов’язкова**

факультет **математики і інформатики**

2022 / 2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2022 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Ямпольський Олександр Леонідович, докт. фіз.-мат. наук, доцент,
завідувач кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол № 1 від 26 серпня 2022 року.

Завідувач кафедри



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)

програми



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Прикладна
математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми

Світлана ІГНАТОВИЧ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика та
інформатика».

Гарант освітньої (професійної)
програми



Ганна ЧЕРНОВА

програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і
інформатики
протокол № 1 від 29 серпня 2022 року.

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Топологія” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр» спеціальності **111 – Математика, 113 – Прикладна математика, 014.04 – Середня освіта (Математика)** освітня програма «Математика», «Прикладна математика», «Математика та інформатика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Топологія” є ознайомлення з базовими поняттями загальної топології та топології многовидів

1.2 Основними завданнями вивчення дисципліни “Топологія” є оволодіння поняттями загальної топології, топології поверхонь та теорії графів.

1.3. Кількість кредитів – **3**

1.4. Загальна кількість годин - **90**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
розрахунково-графічна робота (1)	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати:

- означення топології, топологічного простору, способи завдання топології; означення метричного простору, метричної топології; означення типів точок підмножини топологічного простору; аксіоми зліченності, аксіоми відокремлюваності; означення неперервного відображення, гомеоморфізму, топологічного інваріанту; означення і приклади компактних, зв'язних та лінійно зв'язних топологічних просторів, характеристику компактів в евклідовому просторі, властивості неперервних функцій на ком пактах; означення многовиду,

триангуляції, орієнтації, Ейлерової характеристики; класифікаційні теореми для 1-вимірних та 2-вимірних компактних орієнтованих многовидів.

уміти:

- Визначати, чи є дана система підмножин деякої множини топологією. Порівнювати топології на даних топологічних просторах. Визначати, чи є дане відображення неперервним, чи є дані топологічні простори гомеоморфними.
- Визначати, чи є підмножина топологічного простору відкритою чи замкненою, знаходити її внутрішність, замикання, межу, граничні та ізольовані точки.
- Визначати, чи є даний топологічний простір компактним, зв'язним, лінійно зв'язним.
- Визначати, чи є даний топологічний простір многовидом, диференційовним многовидом, орієнтовним многовидом.
- Знаходити рід та ейлерову характеристику даної поверхні.

1.7 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні загальні компетентності :

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, володіння культурою мислення;
- здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, використовувати знання про сучасну природничу картину світу в освітній та професійній діяльності, застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- здатність використовувати основні методи, способи та засоби одержання, зберігання, переробки інформації;
- здатність працювати з комп'ютером як засобом управління інформацією.

1.8 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні фахові компетентності :

- володіння основними положеннями класичних розділів математики, її базовими ідеями та методами;
- здатність здійснювати логічний аналіз математичних об'єктів і процедур та конкретизацію абстрактних математичних знань у процесі вивчення математики;
- володіння культурами математичного мислення, логічною, алгоритмічною та евристичною; розуміння загальної структури математичного знання, взаємозв'язку між різними математичними дисциплінами; здатність користуватися мовою математики, коректно виражати та аргументовано обґрунтовувати наявні знання;
- здатність будувати математичні моделі для вирішення практичних проблем; розуміння критеріїв якості математичного моделювання;
- здатність застосовувати різні сценарії вивчення конкретного математичного матеріалу, накопичувати та систематизувати різні варіанти доказів теорем, розв'язків задач, банків ключових задач тощо;
- володіння основними положеннями історії розвитку математики, еволюції математичних ідей та основними концепціями сучасної математичної науки.

1.9 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні ПРН:

- Знати основи і аксіоматику геометрії. Знати основні класи геометричних та топологічних об'єктів: афінні та евклідові простори (зокрема, тривимірний), топологічні та метричні

простори, відображення, характерні для таких просторів, диференційовані криві та поверхні, властивості цих об'єктів та теореми про них. Уміти досліджувати геометричні та топологічні об'єкти та використовувати їх у теоретичних та практичних задачах. Володіти геометричними і топологічними методами при вирішенні теоретичних і практичних задач.

- Знати теореми і методи класичних і сучасних розділів геометрії і топології: диференціальної геометрії, ріманової геометрії, геометрії підмноговидів і груп Лі. Уміти застосовувати сучасні методи геометрії і топології для отримання нових наукових результатів з математики.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

3.

Розділ 1. Загальна топологія.

Тема 1. Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми

Зміст

- Топологія, топологічний простір. Приклади. Топологія на прямій.
- База топології.
- Класифікація точок множини. Сепарабельність
- Неперервні відображення та гомеоморфізми.
- Метричні простори. Хаусдорфовість.
- Індукована топологія.
- Фактортопологія, що породжена відношенням еквівалентності. Дія групи на множині, простір орбіт.
- Прямий добуток топологічних просторів.

ТЕМА 2. КОМПАКТНІСТЬ ТА ЗВ'ЯЗНІСТЬ ТОПОЛОГІЧНИХ ПРОСТОРІВ

Зміст

- Компактні простори, основні властивості та приклади.
- Компактність підмножин евклідового простору. Теорема Вейерштраса.
- Зв'язні простори, основні властивості та приклади. Одновимірна теорема Брауера.
- Зв'язні компоненти.
- Шляхи. Лінійно зв'язні простори, основні властивості та приклади. «Крива» Пеано.
- Зв'язок між зв'язністю та лінійною зв'язністю.

Розділ 2. Топологія многовидів

Тема 1. Многовиди

Зміст

- Многовиди. Гладкі многовиди. Многовиди з межею. Приклади.
- Орієнтовність гладких многовидів.
- Класифікація одновимірних многовидів.
- Замкнені поверхні. Зв'язна сума поверхонь та її властивості.
- Симпліціальні комплекси, триангуляції, ейлерова характеристика. Триангуляції поверхонь
- Орієнтовність поверхонь.
- Розгортки поверхонь

- Теорема класифікації компактних зв'язних поверхонь.

Тема 2. Вкладення і занурення многовидів

- Теорема про топологічне вкладення компактного многовиду
- Теорема Уїтні про проєктивне вкладення

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьог о	у тому числі					усьог о	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с. р.		л	п	лаб	інд	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Загальна топологія												
Тема 1. Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми		10*	5			10						
Тема 2. Компактність та зв'язність топологічних просторів		8*	4			10						
Разом за розділом 1		18	9			20						
Розділ 2. Топологія многовидів												
Тема 1. Многовиди		8*	4			10						
Тема 2. Вкладення і занурення		6*	3			10						
Підготовка до заліку						2						
Разом за розділом 2		14	7			22						
	90	32	16			42						

*) За дистанційною формою, на платформі ZOOM.

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ п\п	Назва теми	Кількість годин
1	Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми	6
2	Компактність та зв'язність топологічних просторів	4
3	Топологія многовидів	4
4	Вкладення і занурення	2
	Разом	16

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання теоретичного матеріалу та робота над домашніми завданнями, що відповідають темам практичних занять:	
1	Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми	8
2	Компактність та зв'язність топологічних просторів	8
3	Топологія многовидів	8
4	Вкладення і занурення	8
5	Розрахунково-графічна робота	8
6	Підготовка до заліку	2
	Разом	42

6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічна робота (1).

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

Поточний контроль – опитування; розрахунково-графічна робота; підсумковий контроль – залік (тестова частина, опитування).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Залік	Сума
Розділ 1		Розділ 2		Розрахунково-графічна робота	Разом		
T1	T2	T1	T2	20	60	40	100
10	10	10	10				

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою
----------------	-------------------------------

Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. О.А. Борисенко. Диференціальна геометрія і топологія. – Х.: Основа, 1995.
2. Czes Kosniowski. A first course in Algebraic Topology. – Cambridge University Press; Reissue edition (October 31, 1980)

3. O. Ya. Viro (Author), O. A. Ivanov (Author), N. Yu. Netsvetaev (Author), and V. M. Kharlamov (Author), Elementary Topology, American Mathematical Society (September 17, 2008),
4. B.A. Dubrovin (Author), A.T. Fomenko (Author), S.P. Novikov B.B. Modern Geometry — Methods and Applications: Part I: The Geometry of Surfaces, Transformation Groups, and Fields (Graduate Texts in Mathematics, 93), Springer; 2nd edition (November 11, 1991)

Допоміжна література

Тема “Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми”

1. K. Kuratowski. Topology, Vol 1. Academic Press (Sept. 23 2014)
2. John L. Kelley. General Topology. Springer; 1st ed. 1955. 2nd printing 1975 edition (June 27 1975).
3. Yu. Borisovich; N. Bliznyakov; Ya. Izrailevich; T. Fomenko Introduction to Differential and Algebraic Topology, Springer; Softcover reprint of hardcover 1st ed. 1995 edition (Dec 6 2010)

Тема “Многовиди”

1. Andrew H. Wallace (Author). Differential Topology: First Steps. Dover Publications (October 27, 2006)
2. Morris W. Hirsch. Differential Topology, Springer; 1st ed. 1976. Corr. 6th printing 1997 edition (July 1 1976)
3. Frank W. Warner. Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups (Graduate Texts in Mathematics, 94) , Springer (October 10, 1983)