Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

"29" 08 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математичний аналіз

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма «**Математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Гордевський Вячеслав Дмитрович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики.

Дубовий Володимир Кирилович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики.

Резуненко Олександр В'ячеславович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної) програми «Математика»

Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики іінформатики.

протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «М**атематичний аналіз»** складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **«бакалавр»**
спеціальності **111 – Математика**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є надання майбутнім спеціалістам знань у галузі сучасного математичного аналізу.
1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам математичного аналізу та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей:
ІК01. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.
ЗК-01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
ЗК-03 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
ЗК-07 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей:
ФК-01 Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.
ФК-02 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.
ФК-03 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.
ФК-04 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних.

Кількість кредитів – 30
Загальна кількість годин – 900

<table>
<tr><td colspan="2">1.5. Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td colspan="2">Обов'язкова</td></tr>
<tr><td>Денна форма навчання</td><td>Заочна (дистанційна) форма навчання</td></tr>
<tr><td colspan="2">Рік підготовки</td></tr>
<tr><td>1, 2-й</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td>1, 2, 3, 4-й</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td>224 год.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні заняття</td></tr>
<tr><td>256 год.</td><td></td></tr>
</table>

Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
420 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання:

Результати вивчення навчальної дисципліни «Математичний аналіз» відповідають таким програмним результатам навчання:

РН.04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН.13 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати:

- теорію дійсних чисел;
- властивості границь числових послідовностей та числових функцій;
- властивості неперервних функцій ;
- диференціальне числення функцій однієї змінної;
- методи інтегрування для знаходження первісних функцій;
- теорію інтеграла Рімана на відрізку та її застосування;
- теорію збіжності невласних інтегралів Рімана;
- теорію збіжності числових рядів;
- теорію рівномірної збіжності функціональних послідовностей та рядів;
- теорію степеневих рядів;
- елементи теорії метричних, нормованих та евклідових просторів;
- властивості границь функцій кількох змінних;
- властивості неперервних функцій кількох змінних;
- диференціальне числення функцій кількох змінних;
- теореми існування та диференційовності неявних функцій;
- теорію внутрішніх та умовних екстремумів функцій кількох змінних;
- теорію збіжності інтегралів, що залежать від параметру;
- властивості ейлеревих інтегралів;
- властивості функцій обмеженої варіації;
- теорію інтеграла Стілтьєса;
- теорію кратного інтеграла Рімана та її застосування;
- теорію криволінійних інтегралів першого та другого роду;
- теорію поверхневих інтегралів першого та другого роду;
- формули Гріна, Гаусса-Остроградського, Стокса;

вміти:

- знаходити границі послідовностей і функцій;
- досліджувати функції на неперервність і рівномірну неперервність;
- диференціювати складні та обернені функції;
- користуватися розвиненням функції за формулою Тейлора;
- застосовувати формулу Лейбніца;
- досліджувати функції на монотонність та опуклість;

– досліджувати функції на екстремум;
– користуватися правилом Лопіталя;
– будувати графік функції або кривої, що задана параметрично, з використанням диференціального числення;
– застосовувати таблицю первісних основних елементарних функцій і методи інтегрування для знаходження первісних більш складних функцій;
– досліджувати функцію на інтегровність за Ріманом;
– застосовувати формулу Ньютона-Лейбніца, метод інтегрування частинами та заміну змінних для обчислення інтегралів Рімана;
– застосовувати інтеграл Рімана в геометрії, механіці, фізиці;
– досліджувати на абсолютну та умовну збіжності невласні інтеграли Рімана;
– досліджувати на абсолютну та умовну збіжності числові ряди;
– досліджувати на рівномірну збіжність функціональні послідовності та ряди;
– отримувати розвинення функцій у ряд Тейлора;
– диференціювати функції багатьох змінних;
– диференціювати неявно задані функції;
– досліджувати на внутрішній та умовній екстремум функції багатьох змінних;
– досліджувати на рівномірну збіжність невласні інтеграли що залежать від параметру;
– застосовувати методи диференціювання та інтегрування за параметром для обчислення інтегралів;
– обчислювати кратні інтеграли за допомогою теореми Фубіні та заміни змінних;
– обчислювати криволінійні та поверхневі інтеграли першого та другого родів;
– застосовувати формули Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса для обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів;
– застосовувати методи теорії поля.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Дійсні числа та відображення

Тема 1. Основні поняття про дійсні числа та відображення

1. Раціональні числа та їх зображення на числовій прямій. Означення ірраціонального числа. Дійсні числа та їх зображення за допомогою нескінченних десятковими дробами.
2. Модуль дійсного числа та його властивості. Зв’язок з віддаллю на прямій.
3. Квантори загальності та існування.
4. Поняття функції. Сюр’єктивні, ін’єктивні та бієктивні відображення. Приклади.
5. Складна функція. Обернена функція. Приклади.
6. Графік функції. Графік числової функції. Графік оберненої функції. Приклади.
7. Функції, обернені до тригонометричних функцій.
8. Ціла і дробова частини дійсного числа. Функції $y = [x]$, $y = \{x\}$.
9. Поняття елементарної функції. Приклади.

Тема 2. Елементарні функції та їх властивості

1. Квадратична функція. Вилучення повного квадрату. Побудова графіка квадратичної функції за допомогою паралельного перенесення та перетворення подібності.
2. Степенева функція. Значення степеневої функції, якщо показник є цілим додатним числом, цілим від’ємним числом, раціональним числом.

3. Показникова функція та її властивості.
4. Логарифмічна функція та її властивості. Графік логарифмічної функції.

Розділ 2. Границя числової послідовності та функції

Тема 1. Границя числової послідовності

1. Окіл точки на числовій прямій. Означення числової послідовності. Означення границі числової послідовності (випадок скінченної границі). Приклади.
2. Основні теореми про границі числових послідовностей: єдиність границі; границя модулів елементів збіжної послідовності; обмеженість збіжної послідовності; властивість відмежування від нуля.
3. Нескінченно малі послідовності та їх властивості.
4. Арифметичні дії над збіжними послідовностями.
5. Нескінченно великі послідовності та їх зв'язок з нескінченно малими послідовностями.
6. Невласні елементи числової прямої та їх околи. Загальне означення границі числової послідовності.
7. Монотонні послідовності. Теорема Вейєрштрасса.
8. Число е.

Тема 2 . Границя числової функцій однієї змінної

1. Означення границі функції в точці по Коші.
2. Загальне означення границі функції в точці на мові околів (випадки скінченних та нескінченних границь).
3. Основні теореми про границі функції: єдиність границі; границя модуля функції; обмеженість функції, яка має скінченну границю; властивість відмежування від нуля.
4. Нескінченно малі функції та їх властивості.
5. Нескінченно великі функції та їх зв'язок з нескінченно малими функціями.
6. Перша чудова границя.
7. Еквівалентні функції. Теорема про заміну функцій на еквівалентні при обчислюванні границь.
8. Символ Ландау о та його властивості.
9. Критерій еквівалентності функцій.
10. Друга чудова границя.
11. Найважливіші границі аналізу.
12. Означення неперервності функції в точці. Геометричний зміст неперервності.
13. Монотонні функції. Теорема Вейєрштрасса.
14. Критерій Коші існування скінченної границі у функції.

Розділ 3. Диференціальне числення функцій однієї змінної

1. Означення похідної. Фізичний зміст похідної. Зв'язок з неперервністю.
2. Геометричний зміст похідної.
3. Означення диференціала функції в точці. Геометричний зміст диференціала.
4. Арифметичні дії над функціями, які мають скінченну похідну.
5. Похідна оберненої функції.
6. Таблиця похідних основних елементарних функцій.
7. Похідна складної функції.

Розділ 4. Точні межі числових множин та часткові границі послідовностей.

1. Принцип Кантора стяжних відрізків.

2. Точні верхня та нижня межі числової множини. Критерій точної верхньої (нижньої) межі. Теорема про існування точної верхньої (нижньої) межі.
3. Означення підпослідовності. Розширена числова пряма. Означення часткової границі послідовності на розширеній числовій прямій.
4. Лема Больцано- Вейєрштрасса. Непорожність множини часткових границь послідовності.
5. Означення фундаментальної числової послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності.

Розділ 5. Неперервність функції однієї змінної

Тема 1. Локальні властивості неперервних функцій.

1. Різні означення неперервності функції в точці: за Кантором, за Коші (на мові $\varepsilon - \delta$ і на мові околів), за Гейне, геометричний зміст неперервності, означення неперервності на мові приростів аргументу та функції.
2. Означення неперервності функції на множині. Одностороння неперервність.
3. Означення точки розриву функції. Класифікація точок розриву
4. Арифметичні дії над неперервними функціями.
5. Неперервність складної функції.

Тема 2. Глобальні властивості неперервних функцій.

1. Перша та друга теореми Больцано-Коші.
2. Точки розриву монотонної функції.
3. Теорема про існування та неперервність оберненої функції.
4. Неперервність елементарних функцій.
5. Перша та друга теореми Вейєрштрасса.
6. Поняття рівномірної неперервності. Теорема Кантора.
7. Теорема про збереження знаку неперервною функцією.

Розділ 6. Диференціал. Застосування диференціального числення функцій однієї змінної.

Тема 1. Похідні та диференціали вищих порядків.

1. Інваріантність форми першого диференціала.
2. Диференціал як джерело наближених формул.
3. Похідні вищих порядків.
4. Формули для n-ої похідної функцій.
5. Формула Лейбніца.
6. Диференціали вищих порядків.
7. Порушення інваріантності форми другого диференціала.

Тема 2. Дослідження функцій за допомогою диференціального числення

1. Основні теореми диференціального числення: лема про точку зростання (спадання) функції, теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа та наслідки із неї, теорема Коші.
2. Параметрично визначені криві. Теорема про Їх диференційованість. Приклади. Циклоїда. Гіперболічні функції та їх похідні.
3. Перше та друге правила Лопіталя (без доведення). Приклади.
4. Формула Тейлора для полінома.
5. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано для довільної функції.
6. Залишковий член у формулі Тейлора у формі Лагранжа.
7. Розкладність елементарних функцій за формулою Маклорена:
8. Умова сталості функції.

9. Умова монотонності функції.
10. Означення локального та абсолютного екстремумів. Необхідна умова локального екстремуму.
11. Достатня умова локального екстремуму у термінах першої похідної. Приклади дослідження функцій на локальний та абсолютний екстремуми.
12. Достатня умова локального екстремуму у термінах другої похідної.
13. Означення опуклої та угнутої функції.
14. Умови опуклості функції у термінах першої та другої похідної.
15. Точки перегину. Необхідні та достатні умови точок перегину.
16. Асимптоти графіка функції.
17. Загальна схема побудови графіка функції. Приклади.
18. Графіки раціональних функцій.
19. Графіки параметрично визначених функцій.
20. Графіки функцій у полярних координатах.

Розділ 7. Інтегральне числення функцій однієї змінної

Тема 1. Невизначений інтеграл

1.Означення первісної та невизначеного інтеграла. Таблиця невизначених інтегралів.
2.Лінійність невизначеного інтеграла.
3.Інтегрування за допомогою підстановки.
4.Інтегрування частинами.
5.Постановка задачі про інтегрування у скінченому вигляді.
6.Інтегрування раціональних функцій. Метод Остроградського.
7. Інтегрування ірраціональних функцій. Підстановки Ейлера. Інтегрування біномного диференціала.
8.Інтегрування тригонометричних функцій.

Тема 2. Визначений інтеграл Рімана та його застосування

1. Зв`язок первісної з площею криволінійної трапеції.
2. Задача про обчислювання площі криволінійної трапеції.
3. Означення визначеного інтеграла Рімана. Необхідна умова інтегровності за Ріманом.
4. Коливання функції на множині.
5. Верхні та нижні інтегральні суми Дарбу. Зв`язок з інтегральними сумами Рімана.
6. Властивості верхніх та нижніх інтегральних сум Дарбу.
7. Означення верхнього та нижнього інтегралів Дарбу. Зв`язок між ними.
8. Верхній та нижній інтеграли Дарбу як границі відповідних сум Дарбу.
9. Критерій Дарбу інтегровності функції за Ріманом.
10. Критерій Рімана.
11. Критерій інтегровності функції за Ріманом у термінах коливань функції.
12. Класи інтегровних за Ріманом функцій: неперервні функції, функції зі скінченною множиною точок розриву, монотонні функції.
13. Властивості інтегровних за Ріманом функцій.
14. Лінійність інтеграла Рімана.
15. Адитивність інтеграла Рімана відносно відрізка інтегрування.
16. Монотонність інтеграла Рімана.
17. Оцінки для інтеграла Рімана.
18. Теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
19. Перша теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
20. Властивості визначеного інтеграла Рімана зі змінною верхньою межею.
21. Існування первісної для неперервної функції.

22. Формула Ньютона- Лейбніца.
23. Інтегрування частинами для визначеного інтеграла Рімана.
24. Заміна змінної для визначеного інтеграла Рімана.
25. Перетворення Абеля та його застосування. Формули Бонне. Друга теорема про середнє значення для інтеграла Рімана.
26. Означення довжини кривої та її властивості. Спрямлювані криві.
27. Довжина параметрично визначеної кривої. Натуральний параметр. Різні випадки визначення кривих.
28. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора.

Тема 3. Невласні інтеграли

1. Означення невласних інтегралів першого та другого роду. Геометричний зміст. Лінійність невласних інтегралів. Приклади.
2. Формула Ньютона- Лейбніца для невласних інтегралів. Інтегрування частинами для невласних інтегралів.
3. Еталонні інтеграли.
4. Критерій Коші збіжності невласних інтегралів. Абсолютно та умовно збіжні невласні інтеграли.
5. Критерій збіжності невласних інтегралів від невід'ємних функцій. Наслідок.
6. Ознаки порівняння для невласних інтегралів від невід'ємних функцій.
7. Ознаки порівняння у граничний формі для невласних інтегралів першого роду від невід'ємних функцій. Приклади.
8. Ознаки Абеля та Діріхле збіжності для невласних інтегралів першого роду.
9. Невласні інтеграли з декількома особливостями. Приклади.
10. Гамма-функція Ейлера.
11. Бета-функція Ейлера.
12. Інтеграл Ейлера-Пуассона.
13. Інтеграл Діріхле.
14. Головне значення невласного інтеграла. Приклади.

Розділ 8. Числові та функціональні ряди

Тема 1. Числові ряди

1. Означення числового ряду. Часткові суми числового ряду. Поняття збіжності. Зв'язок числових рядів з числовими послідовностями. Приклади.
2. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
3. Залишок числового ряду. Лінійні операції над збіжними рядами.
4. Критерій Коші збіжності числового ряду. Абсолютно та умовно збіжні числові ряди
5. Зв'язок числових рядів з невласними інтегралами.
6. Критерій збіжності рядів з невід'ємними елементами.
7. Інтегральна ознака Коші збіжності числового ряду.
8. Еталонні ряди.
9. Ознака порівняння для рядів з невід'ємними елементами.
10. Ознаки порівняння у граничній формі для рядів з невід'ємними елементами.
11. Ознака Даламбера. Гранична форма. Приклади.
12. Радикальна ознака Коші. Гранична форма. Приклади.
13. Ознаки Даламбера та Коші для рядів з довільними елементами.
14. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбніца. Оцінка залишку ряду Лейбніца.
15. Ознаки Абеля та Діріхле (без доведення). Порівняння з ознакою Лейбніца.
16. Властивість переставності абсолютно збіжних рядів. Порушення властивості переставності умовно збіжними рядами. Теорема Рімана.

17. Добуток рядів. Теорема Коші.

Тема 2. Функціональні ряди

1. Поточкова та рівномірна збіжність послідовності функцій. Приклади.
2. Поточкова та рівномірна збіжність функціонального ряду. Приклади.
3. Критерій Коші рівномірної збіжності послідовності функцій та функціонального ряду. Необхідна умова рівномірної збіжності функціонального ряду.
4. Ознака Вейєрштрасса.
5. Неперервність граничної функції та суми ряду.
6. Почленне інтегрування функціонального ряду. Інтегрування послідовності функцій.
7. Почленне диференціювання функціонального ряду. Диференціювання послідовності функцій.

Тема 3. Степеневі ряди

1. Поняття віддалі в комплексній площині. Властивості віддалі.
2. Поняття околу точки в комплексній площині. Розширена комплексна площина.
3. Поняття границі послідовності комплексних чисел. Властивості збіжних послідовностей.
4. Нескінченно малі послідовності та їх властивості.
5. Нескінченно великі послідовності та їх зв'язок з нескінченно малими послідовностями.
6. Арифметичні дії над збіжними послідовностями.
7. Покоординатний характер збіжності послідовності комплексних чисел.
8. Критерій Коші збіжності послідовності комплексних чисел.
9. Означення граничної точки множини в комплексній площині. Критерій граничної точки множини.
10. Означення границі комплексно-значної функції в точці по Коші і по Гейне та їх еквівалентність.
11. Означення неперервності комплексно-значної функції в точці по Коші і по Гейне.
12. Арифметичні дії над неперервними функціями.
13. Поняття ряду комплексних чисел. Часткові суми числового ряду. Поняття збіжності. Зв'язок числових рядів з числовими послідовностями. Приклади.
14. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
15. Критерій Коші збіжності ряду комплексних чисел.
16. Ознака Даламбера для рядів комплексних чисел. Гранична форма.
17. Радикальна ознака Коші для рядів комплексних чисел. Гранична форма.
18. Послідовності та ряди комплексно-значних функцій. Поточкова та рівномірна збіжність.
19. Критерій Коші рівномірної збіжності послідовності комплексно-значних функцій та функціонального ряду. Необхідна умова рівномірної збіжності функціонального ряду.
20. Ознака Вейєрштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду комплексно-значних функцій.
21. Неперервність граничної функції та суми ряду.
22. Означення степеневого ряду. Круг збіжності. Радіус збіжності. Формула Коші-Адамара. Приклади.
23. Перша теорема Абеля. Властивості степеневого ряду в крузі збіжності: неперервність, почленне інтегрування, почленне диференціювання.
24. Ряди Тейлора та Маклорена. Критерій розкладу функції у ряд Тейлора.
25. Розклад елементарних функцій у ряд Тейлора.

Розділ 9. Диференціальне числення функцій кількох змінних

Тема 1. Метричні простори

1. Означення МП. Означення віддалі та її властивості. Приклади МП.
2. Лінійні нормовані простори (ЛНП). Означення норми та її властивості, зв'язок з віддаллю. Приклади ЛНП.
3. Лінійні нормовані простори зі скалярним добутком. Означення скалярного добутку та його властивості. Нерівність Коші-Буняковського-Шварца.
4. Зв'язок скалярного добутку із нормою та віддаллю. Приклади ЛНП зі скалярним добутком.
5. Відкрита та замкнена кулі в МП. Збіжні послідовності в МП та їх властивості. Окіл точки в МП.
6. Покоординатний характер збіжності у просторах R^n.
7. Характер збіжності у просторі R^n.
8. Характер збіжності у просторі R^n. Збіжність у середньому квадратичному.
9. Неперервність віддалі у МП.
10. Гранична точка множини у МП. Критерій граничної точки.
11. Внутрішність, зовнішність та межа множини у МП.
12. Відкриті множини та їх властивості.
13. Замкнені множини та їх властивості. Зв'язок з відкритими множинами. Зв'язок із множиною граничних точок.
14. Операція замкнення множини в МП.
15. Відкрита куля в МП є відкритою множиною, а замкнена куля є замкненою множиною.
16. Фундаментальні послідовності в МП. Зв'язок між фундаментальністю та збіжністю послідовності. Поняття повноти МП. Повнота дійсної прямої.
17. Теорема про поповнення МП (без доведення). Приклади поповнення МП. Поповнення множини раціональних чисел до множини дійсних чисел.
18. Повнота простору R^n.
19. Повнота простору С.
20. Лема Больцано-Вейєрштрасса для С.
21. Компакти в МП. Необхідні умови компакту в МП.
22. Опис компактів в R^n. Приклади.
23. Відображення МП. Означення границі відображення в точці по Гейне та Коші. Їх еквівалентність.
24. Означення неперервності відображення в точці по Гейне та Коші. Неперервність відображення на множині. Зв'язок неперервності відображення з відкритими множинами.
25. Неперервність суперпозиції відображень.
26. Неперервний образ компакту. Узагальнення I та II теорем Вейєрштрасса.
27. Рівномірно неперервні відображення. Узагальнення теореми Кантора.
28. Віддаль між множинами в МП. Досяжність віддалі між компактом та замкненою множиною.
29. Поняття зв'язності множини в МП. Критерій зв'язності множини в МП на мові локально сталих функцій. Зв'язність відрізка на прямій.
30. Узагальнення I та II теорем Больцано-Коші.
31. Лінійна зв'язність множини в МП.
32. Поняття області в R^n. Лінійна зв'язність області.
33. Опис компактів в R^n на мові відкритих покриттів.
34. Принцип стискальних відображень.
35. Числові функції n змінних. Відображення із R^n в R^1. Неперервність таких відображень та їх властивості.

36. Відображення із R^n в R^m. Зв'язок неперервності таких відображень з неперервністю координатних функцій.

Тема 2. Диференціальне числення функцій кількох змінних

1. Означення частинної похідної. Приклади її обчислювання.
2. Диференційованість функції декількох змінних. Зв'язок із неперервністю. Необхідні та достатні умови диференційованості. Поняття неперервної диференційованості функції декількох змінних в точці і на множині. Приклади дослідження функцій на диференційованість.
3. Диференційованість складної функції. Різні випадки.
4. Повний диференціал функції декількох змінних та його властивості. Градієнт функції. Інваріантність форми першого диференціала.
5. Теорема Лагранжа про середнє значення. Наслідок стосовно функції з нульовим градієнтом.
6. Відображення із R^n в R^1. Необхідна і достатня умова диференційовності такого відображення. Геометричний зміст похідної. Довжина дуги гладкої кривої в R^n . Випадок натуральної параметризації.
7. Лема про похідну за напрямком. Наслідки: геометричний зміст градієнта, незалежність градієнта від вибору ортонормованої системи координат, шкала розподілу швидкостей зміни функції в точці. Узагальнення
8. леми про похідну за напрямком.
9. Поняття про дотичну до поверхні площину. Розшарування області на поле градієнтів та еквіпотенціальні поверхні. Градієнт як нормаль до еквіпотенціальної поверхні. Рівняння дотичної площини.
10. Геометричний зміст повного диференціала.
11. Похідні вищих порядків. Рівність мішаних частинних похідних.
12. Диференціали вищих порядків. Порушення інваріантності форми диференціалів вищих порядків.
13. Формула Тейлора. Оцінка залишкового члена у формулі Тейлора.
14. Означення локального та абсолютного екстремумів функції декількох змінних. Необхідна умова локального екстремуму.
15. Класифікація квадратичних форм. Критерій Сільвестра. Достатні умови локального екстремуму функції декількох змінних.

Тема 3. Відображення із R^n в R^m.

1. Лінійні відображення із R^n в R^m. Норма лінійного відображення та її властивості.
2. Диференційованість відображення із R^n в R^m. Необхідні та достатні умови диференційованості. Матриця Якобі відображення (похідна відображення) та її структура.
3. Правила для знаходження похідних відображень.
4. Похідна суперпозиції відображень.
5. Якобіан. Властивості якобіанів.
6. Означення неявної числової функції від однієї змінної. Теорема про існування та диференційованість неявної числової функції від однієї змінної. Наслідок.
7. Поняття про гомеоморфізм та дифеоморфізм.
8. Теорема про локальний дифеоморфізм (про обернену функцію).
9. Означення неявного відображення. Теорема про існування та диференційованість неявного відображення. Наслідок.
10. Поняття про функціональну незалежність набору числових функцій. Необхідні умови функціональної залежності. Наслідок.
11. Теорема про ранг матриці Якобі.

12.Поняття про умовний екстремум функції декількох змінних. Приклади.
13. Необхідні умови умовного екстремуму функції. Правило множників Лагранжа. Приклади.
14. Достатні умови умовного екстремуму функції. Приклади.

Розділ 10. Кратний інтеграл Рімана та його застосування

1. Бруси в R^n. Об'єм бруса та його властивості.
2. Означення інтеграла Рімана по брусу в R^n . Необхідна умова інтегровності по брусу за Ріманом.
3. Верхні та нижні інтегральні суми Дарбу. Зв`язок з інтегральними сумами Рімана.
4. Властивості верхніх та нижніх інтегральних сум Дарбу.
5. Означення верхнього та нижнього інтегралів Дарбу. Зв`язок між ними.
6. Верхній та нижній інтеграли Дарбу як границі відповідних сум Дарбу.
7. Критерій Дарбу інтегровності функції за Ріманом по брусу.
8. Критерій Рімана.
9. Критерій інтегровності функції за Ріманом у термінах коливань функції. Наслідок. Інтегровність за Ріманом неперервних функцій.
10. Арифметичні операції з функціями, які інтегровані за Ріманом по брусу.
11. Лінійність інтеграла Рімана. Монотонність інтеграла Рімана.
12. Кільце множин. Приклади. Кільце брусів
13. Зовнішня та внутрішня міри Жордана. Множини, вимірні за Жорданом. Міра Жордана.
14. Зв'язок множини, вимірної за Жорданом, із інтегровністю за Ріманом по брусу її характеристичної функції.
15. Інтеграл Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом. Лема про спадковість.
16. Арифметичні операції з функціями, інтегрованими за Ріманом по множині, яка вимірна за Жорданом.
17. Лінійність інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
18. Адитивність інтеграла Рімана відносно області інтегрування.
19. Властивості множин, вимірних за Жорданом. Властивості міри Жордана.
20. Монотонність інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
21. Оцінки інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
22. Теорема про середнє значення для інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
23. Геометричний зміст інтеграла Рімана по множині, яка вимірна за Жорданом.
24. Неперервність інтеграла Рімана знизу.
25. Функції множин. Означення границі по Коші і по Гейне та їх еквівалентність. Похідна функції множини в точці.
26. Похідна інтеграла Рімана відносно області інтегрування.
27. Властивості інтеграла Рімана як функції множини: адитивність відносно області інтегрування, неперервність знизу, існування похідної.
28. Адитивні функції множини. Властивість типу К. Адитивні функції множини з нульовою похідною. Узагальнена формула Ньютона-Лейбніца.
29. Зв'язок між адитивними функціями множини та первісними.
30. Циліндричні множини. Зведення кратного інтеграл Рімана по циліндричній множині до повторного. Приклади.
31. Об'єм p-вимірного косого бруса. Рекурентна формула для об'єму p-вимірного косого бруса.
32. Визначник Грама. Рекурентна формула для визначника Грама. Зв'язок з об'ємами p-вимірних косих брусів.
33. Геометричний зміст якобіана.

34. Заміна змінної під знаком кратного інтеграла Рімана. Випадок порушення умов дифеоморфізму. Приклади.
35. Елементарна гладка регулярна крива. Новий підхід до поняття довжини кривої. Елементарна гладка регулярна поверхня і поняття її площі.
36. Формула для площі елементарної гладкої регулярної поверхні

Розділ 11. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Теорія поля

Тема 1. Криволінійні інтеграли

1. Криволінійний інтеграл першого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення криволінійного інтеграла першого роду до визначеного.
2. Скалярні та векторні поля.
3. Криволінійний інтеграл другого роду. Означення. Фізичний зміст.
4. Властивості. Зведення криволінійного інтеграла другого роду до визначеного. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого та другого роду.
5. Оцінки для криволінійних інтегралів першого та другого роду.
6. Диференціальні форми нульового та першого степеня. Фізичний зміст диференціальної форми першого степеня.
7. Криволінійний інтеграл другого роду як криволінійний інтеграл від диференціальної форми першого степеня.
8. Наближення криволінійного інтеграла другого роду вздовж кривої криволінійним інтегралом вздовж ламаної.
9. Формула Гріна. Випадок багатозв'язної області. Застосування до обчислювання площ множин. Приклади.

Тема 2. Поверхневі інтеграли

1. Поверхневий інтеграл першого роду. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення поверхневого інтеграла першого роду до подвійного інтеграла.
2. Орієнтована поверхня. Приклад неорієнтованої поверхні. Листок Мебіуса.
3. Диференціальні форми в $\mathbb{R}^3$. Фізичний зміст диференціальної форми другого степеня. Геометричний зміст диференціальної форми третього степеня.
4. Поверхневий інтеграл другого роду як поверхневий інтеграл від диференціальної форми другого степеня. Означення. Фізичний зміст. Властивості. Зведення поверхневого інтеграла другого роду до подвійного інтеграла. Зв'язок між поверхневими інтегралами другого та першого роду.

Тема 3. Теорія поля

1. Формула Гаусса-Остроградського.
2. Оператор набла (Гамільтона). Означення дивергенції та її фізичний зміст. Незалежність дивергенції від вибору ортонормованої системи координат.
3. Приклади застосування формули Гаусса-Остроградського. Закон Архімеда.
4. Циркуляція векторного поля. Орієнтація замкненої кривої на орієнтованій поверхні. Формула Стокса.
5. Означення ротора та його фізичний зміст. Незалежність ротора від вибору ортонормованої системи координат.
6. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Зв'язок з повним диференціалом.
7. Відновлення функції по її повному диференціалу. Приклади.
8. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Зв'язок з циркуляцією.
9. Однозв'язність області в $\mathbb{R}^2$ та в $\mathbb{R}^3$.

10. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Зв'язок з ротором.
11. Незалежність криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Підсумкова теорема. Зауваження до теореми.
12. Потенціальні поля.
13. Векторні лінії та векторні трубки. Соленоїдальні поля.
14. Операція зовнішнього диференціювання та її властивості.
15. Загальний вигляд формули Стокса. Дії з оператором набла. Приклади.

Розділ 12. Інтеграли, що залежать від параметра

1. Власні інтеграли, що залежать від параметра. Теореми про неперервність та заміну порядку інтегрування.
2. Власні інтеграли, що залежать від параметра. Теореми про диференціювання. Загальний випадок. Приклади.
3. Невласні інтеграли першого роду, що залежать від параметра. Означення рівномірної збіжності.
4. Зв'язок між невласними інтегралами першого роду та функціональними рядами.
5. Теореми про неперервність та заміну порядку інтегрування для невласних інтегралів першого роду.
6. Теорема про диференціювання невласних інтегралів першого роду.
7. Критерій Коші рівномірної збіжності невласних інтегралів першого роду.
8. Ознака Вейєрштрасса рівномірної збіжності невласних інтегралів першого роду.
9. Ознаки Абеля, Діріхле та Діні рівномірної збіжності невласних інтегралів першого роду.
10. Теорема про заміну порядку інтегрування для двох невласних інтегралів першого роду.
11. Інтеграл Діріхле.
12. Інтеграл Пуассона.
13. Інтеграли Лапласа та інтеграли Фруллані.
14. Гамма функція Ейлера. Область визначення відповідного інтеграла. Диференційованість гамма функції. Побудова графіка на всій числовій осі.
15. Бета функція Ейлера та її властивості.
16. Зв'язок між гамма та бета функціями.

3. Структура навчальної дисципліни
І семестр

<table>
<tr><td rowspan="4">Назви розділів і тем</td><td colspan="12">Кількість годин</td></tr>
<tr><td colspan="6">денна форма</td><td colspan="6">заочна форма</td></tr>
<tr><td rowspan="2">усього</td><td colspan="5">у тому числі</td><td rowspan="2">усього</td><td colspan="5">у тому числі</td></tr>
<tr><td>л</td><td>п</td><td>лаб.</td><td>інд.</td><td>с.р.</td><td>л</td><td>п</td><td>лаб.</td><td>інд.</td><td>с.р.</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr>
<tr><td colspan="13">Розділ 1. Дійсні числа та відображення</td></tr>
</table>

Тема 1. Основні поняття про дійсні числа та відображення	14	6	2	--	--	6						
Тема 2. Елементарні функції та їх властивості	26	--	12	--	--	14						
Разом за розділом1	**40**	**6**	**14**			**20**						
Розділ 2. Границя числової послідовності та функції												
Тема 1. Границя числової послідовності	36	6	14	--	--	16						
Тема 2. Границя числової функції однієї змінної	36	8	14	--	--	14						
Разом за розділом 2	**72**	**14**	**28**			**30**						
Розділ 3. Диференціальне числення функції однієї змінної												
Разом за розділом 3	**68**	**12**	**22**			**34**						
Разом за I семестр	**180**	**32**	**64**			**84**						

II семестр

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 4. Точні межі числових множин та часткові границі послідовностей.												
Разом за розділом 4	**24**	**6**	**8**			**10**						
Розділ 5. Неперервність функції однієї змінної												
Тема 1. Локальні властивості неперервних функцій.	18	6	6			6						
Тема 2. Глобальні	28	12	10			6						

властивості неперервних функцій.												
Разом за розділом 5	**46**	**18**	**16**			**12**						
Розділ 6. Диференціал. Застосування диференціального численняфункцій однієї змінної.												
Тема 1. Похідні та диференціали вищих порядків.	22	6	6			10						
Тема 2. Дослідження функцій за допомогою диференціального числення	40	10	10			20						
Разом за розділом 6	**62**	**16**	**16**			**30**						
Розділ 7. Інтегральне числення функцій однієї змінної												
Тема 1. Невизначений інтеграл	44	2	12			30						
Тема 2. Визначений інтеграл Рімана та його застосування	42	14	8			20						
Тема 3. Невласні інтеграли	22	8	4			10						
Разом за розділом 7	**108**	**24**	**24**			**60**						
Разом за II семестр	**240**	**64**	**64**			**112**						

III семестр

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 8. Числові та функціональні ряди												
Тема 1.Числові ряди	46	12	12			22						

Тема 2. Функціональн іряди	40	10	10			20						
Тема 3. Степеневі ряди	40	10	10			20						
Разом за розділом 8	**126**	**32**	**32**			**62**						
Розділ 9. Диференціальне числення функцій кількох змінних												
Тема 1. Метричні простори	22	12	0			10						
Тема 2. Диференціальне числення функцій кількох змінних	60	12	20			28						
Тема 3. Відображення із R^n в R^m.	32	8	12			12						
Разом за розділом 9	**114**	**32**	**32**			**50**						
Разом за III семестр	**240**	**64**	**64**			**112**						

IV семестр

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.		л	п	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 10. Кратний інтеграл Рімана та його застосування												
Разом за розділом 10	**66**	**18**	**20**			**28**						
Розділ 11. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Теорія поля												
Тема 1. Криволінійні інтеграли	40	10	10			20						
Тема 2. Поверхневі інтеграли.	40	10	10			20						

Тема 3. Теорія поля	60	16	14			30						
Разом за розділом 11	**140**	**36**	**34**			**70**						
Розділ 12. Інтеграли, що залежать від параметра												
Разом за розділом 8	**34**	**10**	**10**			**14**						
Разом за IV семестр	**240**	**64**	**64**			**112**						
Разом	**900**	**224**	**256**			**420**						

4. Теми практичних занять

I семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Функції та їх графіки, обернені функції	6
2	Елементарні функції, перетворення графіків	6
3	Деякі неелементарні функції та її властивості	4
4	Границя числової послідовності, невизначеності	6
5	Шкала зростання послідовностей	6
6	Границя числової функції однієї змінної	8
7	Еквівалентні функції, таблиця еквівалентностей	6
8	Контрольна робота	2
9	Неперервність в точці, типи розривів	6
10	Обчислення похідних, таблиця та правила	12
11	Контрольна робота (2)	2
	Разом	**64**

II семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Похідні вищих порядків	8
2	Геометричні застосування похідних.	8
3	Дослідження функцій за допомогою диференціального числення Побудова та дослідження графіків функцій.	8
4	Контрольна робота	2
5	**Невизначений інтеграл.** Первісна та невизначений інтеграл. Інтегрування заміною змінної та інтегрування частинами. Інтегрування раціональних функцій. Методи інтегрування ірраціональностей. Інтегрування тригонометричних функцій.	10

6	**Визначений інтеграл** Обчислення визначених інтегралів. Геометричні застосування визначеного інтеграла.	6
7	**Невласні інтеграли.** Обчислення та дослідження на збіжність невласних інтегралів.	10
8	**Застосування визначеного інтеграла** Геометричні застосування визначеного	10
9	Контрольна робота	2
	Разом за II семестр	**64**

III семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	**Числові ряди.** Дослідження на збіжність числових рядів з невід'ємними членами та знакозмінних рядів.	10
2	**Функціональні ряди.** Дослідження на поточкову та рівномірну збіжність функціональних рядів та послідовностей.	10
3	**Степеневі ряди.** Дослідження степеневих рядів на збіжність та розвинення функцій у ряд Тейлора. Задачі на почленну диференційованість та інтегрованість степеневих рядів.	10
4	Контрольна робота	2
5	**Диференціальне числення числової функції багатьох змінних.** Дослідження функцій на неперервність. Обчислення частинних похідних та диференціалів першого порядку. Дослідження функцій на диференційованість. Геометричні застосування. Наближені обчислення із застосуванням диференціалів. Обчислення із градієнтом. Обчислення похідних і диференціалів вищих порядків. Формула Тейлора. Дослідження функцій на локальний екстремум.	16
6	**Відображення із R^n в R^m.** Задачі, які відносяться до існування та диференційованості неявно визначених числових функцій від однієї чи багатьох змінних. Дослідження неявно визначених числових функцій від однієї чи багатьох змінних на локальний екстремум. Існування та дослідження оберненого відображення (задачі на локальний дифеоморфізм). Задачі, які відносяться до існування та диференційованості неявно визначених відображень. Дослідження функцій на умовний екстремум.	14
7	Контрольна робота	2
	Разом за III семестр	**64**

IV семестр

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	**Інтеграл Рімана в R^n.** Обчислення кратних інтегралів Рімана по циліндричним областям. Зведення кратних інтегралів Рімана до повторних інтегралів. Заміна порядку інтегрування у повторних інтегралах. Застосування кратних інтегралів Рімана до обчислення площ та об'ємів. Заміна змінних у кратному інтегралі Рімана. Застосування кратних інтегралів Рімана до обчислення площ поверхонь.	20
2	**Криволінійні та поверхневі інтеграли першого роду.** Обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів першого роду та їх застосування у механіці та фізиці.	10
3	**Криволінійні та поверхневі інтеграли другого роду.** Обчислення криволінійних та поверхневих інтегралів другого роду та їх застосування у геометрії та фізиці.	10
4	**Теорія поля** Формули Гріна, Гаусса-Остроградського та Стокса. Елементи теорії поля. Застосування теорії поля у механіці та фізиці.	12
5	Контрольна робота	2
6	**Інтеграли, що залежать від параметрів.** Інтеграли Рімана, що залежать від параметру та їх обчислення. Дослідження на рівномірну збіжність невласних інтегралів, що залежать від параметру. Обчислення невласних інтегралів за допомогою інтегрування та диференціювання за параметром. Застосування інтегралів Діріхле, Ейлера-Пуассона та функцій Ейлера Г(p), B(p,q) для обчислення невласних інтегралів.	8
8	Контрольна робота	2
	Разом за IV семестр	**64**
	Усього годин	**256**

5. Завдання для самостійної роботи

І семестр

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	Основні поняття про дійсні числа та відображення [3]: 1.3, 1.4, 1.7.	14	К.р.1 колоквіум
2	Елементарні функції та їх властивості [3]: 4.7.	14	К.р.1 колоквіум
3	Границя числової послідовності [3]: 2.5, 2.8, 2.9.	14	К.р.2 екзамен
4	Границя числової функцій однієї змінної [3]: 3.6, 3.8, 3.10.	14	К.р.2 екзамен
5	Неперервність та типи розривів [3]: 4.2, 4.5, 4.6.	14	К.р.2 екзамен

6	Похідна та диференціал [3]: 5.3, 5.10, 5.11.	14	екзамен
	Разом за I семестр	**84**	к/р-2; кол.-1

II семестр

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	Похідні та диференціали вищих порядків. Геометричні застосування похідних. [3]: 5.9, 7.3.	16	К.р.1 колоквіум
2	Дослідження функцій за допомогою диференціального числення**.** Побудова графіків. [3]: 7.4, 7.5, 7.6.	16	К.р.1 колоквіум
3	Невизначений інтеграл [3]: 8.4, 8.5, 8.6.	30	К.р.2 екзамен
4	Визначений інтеграл Рімана та його застосування. [3]: 9.3, 9.4, 9.6, 10.1, 10.4.	26	К.р.2 екзамен
5	Невласні інтеграли. [3]: 11.3, 11.4.	24	К.р.2 екзамен
	Разом за II семестр	**112**	к/р-2; кол.-1

III семестр

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	Числові ряди [3]:12.4, 12.5, 12.6.	22	К.р.1 колоквіум
2	Функціональні ряди [3]: 13.2, 13.3.	20	К.р.1 колоквіум
3	Степеневі ряди [3]: 13.4, 13.5.	20	К.р.1 колоквіум
4	Метричні простори [1]: 10.1, 10.3, 10.5.	10	екзамен
5	Диференціальне числення функцій кількох змінних [1]: 11.2, 11.3, 12.3.	28	К.р.2 екзамен
6	Відображення із **R^n** в **R^m** [1]: 12.1, 12.2.	12	К.р.2 екзамен
	Разом за III семестр	**112**	к/р-2; кол.-1

IV семестр

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	Кратний інтеграл Рімана та його застосування [1]: 14.2, 14.4, 14.5.	20	К.р.1 колоквіум

2	Криволінійні інтеграли [1]: 15.2, 15.6.	18	К.р.2 екзамен
3	Поверхневі інтеграли. [1]: 15.2, 15.7, 15.8.	18	К.р.2 екзамен
4	Теорія поля [1]: 15.3, 15.4, 15.5.	18	К.р.2 екзамен
5	Інтеграли, що залежать від параметра [1]: 13.2, 13.4.	20	екзамен
6	Ейлерові інтеграли. [1]: 13.2, 13.5.	18	екзамен
	Разом за IV семестр	**112**	к/р-2; кол.-1
	Усього годин	**420**	

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольні роботи, колоквіуми) методи.

8. Методи контролю

Поточний контроль: контрольні роботи (8), колоквіум (4).
Підсумковий контроль: екзамен (4).

9. Схема нарахування балів

I семестр

Контрольна робота 1	**Колоквіум**	**Контрольна робота 2**	**Екзамен**	**Сума**
Розділ 1; Тема 2	Розділ 1; Теми 1,2	Розділ 2	Розділ 2; Теми 1, 2	
20	10	30	40	100

II семестр

Контрольна робота 1	**Колоквіум**	**Контрольна робота 2**	Екзамен	Сума
Розділ 6; Теми 1,2;	Розділи 4-6; Теми 1,2	Розділ 7; Тема 1,2,3.	Розділ 7; Тема 1,2,3.	
20	20	20	40	100

III семестр

Контрольна робота 1	Колоквіум	Контрольна робота 2	Екзамен	Сума
Розділ 8; Теми 1-3.	Розділ 8; Теми 1-3.	Розділ 9; Тема 2-3.	Розділ 9; Тема 1-3.	
20	20	20	40	100

IV семестр

Контрольна робота 1	Колоквіум	Контрольна робота 2	Екзамен	Сума
Розділ 10	Розділ 10	Розділ 11; Теми 1-3.	Розділ 11; Розділ 12.	
20	20	20	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Контрольна робота 1 у 1 семестрі включає завдання на елементарні функції та їх властивості і оцінюється максимум у 20 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Контрольна робота 2 у 1 семестрі на тему «Границя числової послідовності та функції. Дослідження функції на неперервність» оцінюється максимум у 30 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Контрольна робота 1 у 2 семестрі на тему «Похідні та їх застосування».

Контрольна робота 2 у 2 семестрі на тему «Невизначений та визначений інтеграли».

Контрольна робота 1 у 3 семестрі на тему «Числові, функціональні та степеневі ряди».

Контрольна робота 2 у 3 семестрі на тему «Диференціальне числення функцій кількох змінних».

Контрольна робота 1 у 4 семестрі на тему «Кратний інтеграл Рімана та його застосування».

Контрольна робота 2 у 4 семестрі на тему «Криволінійні та поверхневі інтеграли. Теорія поля».

Кожна з контрольних робіт у 2-4 семестрах включає 4 завдання і оцінюється максимум у 20 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Колоквіум передбачає письмову відповідь на 3-4 теоретичних питання зі списку, який надається студентам. До 1-2 питань необхідно обов'язково навести доведення, обґрунтування міркувань, пояснювальні приклади. Якщо теоретичний зміст питань не повністю розкритий або робота містить помилки, бал може бути знижений. Після письмової частини можлива також і усна співбесіда, під час якої студент дає пояснення щодо його письмової відповіді.

Екзаменаційний білет складається з 2-3 теоретичних питань та 1-2 практичних завдань (в залежності від семестру). Теоретичні питання з доведеннями оцінюється максимум у 10 балів, означення і формулювання – 5 балів, задача – у 10 балів.

Максимальну кількість балів за відповідь на теоретичне питання з доведенням можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то він отримує максимум 8 балів. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, він отримує максимум 5 балів.

Максимальна оцінка за задачу складає 10 балів. Незначні арифметичні помилки, які якісно не вплинули на результат, не впливають на кількість балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90-100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, ч. I, II. –К.; Либідь, 1994.
2. Дюженкова Л. І, Колесник Т. В, Лященко М. Я, Михалін Г. О, Шкіль М. І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. Київ. Вища школа, 2002. – ч. 1, 2.
3. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз – К. : Знання, 2008. – 421 с.

Допоміжна література

1. Фіхтенгольц Г.М., Курс диференціального та інтегрального числення – 2024.
2. Rudin W. Principles of Mathematical Analysis, (International Series in Pure and Applied Mathematics) 3rd Edition – 1986.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. **www-library.univer.kharkov.ua**
2. http://mathworld.wolfram.com/topics.html