

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра **фундаментальної математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

“30” 08 2023 р.



Робоча програма навчальної дисципліни  
**Додаткові розділи функціонального аналізу**

рівень вищої освіти **бакалавр**  
галузь знань **11 - Математика та статистика**  
спеціальність **111 – Математика**  
освітня програма **«Математика»**  
вид дисципліни **за вибором**  
факультет **математики і інформатики**

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Професор кафедри фундаментальної математики, доктор фізико-математичних наук,  
професор Кадець Володимир Михайлович**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики.  
протокол від 28 серпня 2023 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)

програми



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики  
протокол від 29 серпня 2023 року № 1 .

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Додаткові розділи функціонального аналізу” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111- Математика** освітня програма «Математика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Додаткові розділи функціонального аналізу” є надання майбутнім фахівцям додаткових знань у галузі сучасного функціонального аналізу.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Додаткові розділи функціонального аналізу” є додаткове навчання студентів теоретичним основам і методам сучасного функціонального аналізу та зв’язку цієї теорії з іншими математичними дисциплінами.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / <b>за вибором</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>4-й</b>	
Семестр	
<b>7-й</b>	
Лекції	
<b>32 год.</b>	
<b>Практичні, семінарські заняття</b>	
<b>32 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>56 год.</b>	
у тому числі індивідуальні завдання	
год.	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

**Знати :**

- теореми про нерухомі точки, зокрема принцип стискаючих відображень, теорему Брауера, принцип Шаудера та теорему Какутані;
- методи застосування теорем про нерухомі точки для доведення існування розв’язків рівнянь;
- теорему Ломоносова про інваріантні підпростори;
- базові означення теорії топологічних груп;
- теорему існування міри Хаара та її застосування;
- теорему Крейна-Мільмана;
- основні факти про слабку та слабку із зірочкою збіжності.

**Уміти :**

– Застосовувати вивчену теорію до розв'язання задач.

**2. Тематичний план навчальної дисципліни****Розділ 1. Теореми про нерухомі точки та їхні застосування**

1. Принцип стискаючих відображень.
2. Топологічні простори з властивістю нерухомої точки.
3. Симплекси, симпліціальні розбиття, лема Шпернера та теорема Брауера.
4. Принцип Шаудера.
5. Теорема Арцела.
6. Застосування до теорем існування.
7. Теорема Ломоносова про інваріантні підпростори.

**Розділ 2. Топологічні групи та пов'язані питання**

1. Базові означення, приклади та властивості околів.
2. Компактні топологічні групи, критерій компактності в  $C(G)$ .
3. Загальний вигляд лінійного функціоналу в  $C(K)$ .
4. Теорема Какутані.
5. Міра Хаара.
6. Крайні точки опуклих множин.
7. Слабка та слабка із зірочкою збіжності.

**3. Структура навчальної дисципліни**

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Теореми про нерухомі точки та їхні застосування</b>												
Принцип стискаючих відображень.	10	3	3			4						
Топологічні простори з властивістю нерухомої точки.	10	3	3			4						
Теорема Брауера та Принцип Шаудера.	11	3	3			5						
Теорема Арцела.	11	3	3			5						
Застосування до теорем існування.	9	2	2			5						
Теорема Ломоносова.	9	2	2			5						
Разом за розділом 1	60	16	16			28						
<b>Розділ 2. Топологічні групи та пов'язані питання</b>												
Компактні топологічні групи.	10	3	3			4						
Загальний вигляд лінійного функціоналу в	10	3	3			4						

С(К).											
Теорема Какутані.	10	3	3			4					
Міра Хаара.	10	3	3			4					
Крайні точки опуклих множин.	9	2	2			5					
Слабка та слабка із зірочкою збіжності	9	2	2			5					
Разом за розділом 2	58	16	16			26					
<i>Контрольна робота</i>	2					2					
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>56</b>					

\* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Принцип стискаючих відображень	3
2	Топологічні простори з властивістю нерухомої точки	3
3	Теорема Брауера та принцип Шаудера	3
4	Теорема Арцела	3
5	Застосування до теорем існування	3
6	Власні вектори та числа операторів. Інваріантні підпростори	3
7	Компактні топологічні групи	3
8	Загальний вигляд лінійного функціоналу в С(К)	3
9	Теорема Какутані	2
10	Міра Хаара	2
11	Застосування крайніх точок	2
12	Слабка та слабка із зірочкою збіжності	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Принцип стискаючих відображень	4
2	Топологічні простори з властивістю нерухомої точки	4
3	Теорема Брауера та принцип Шаудера	6
4	Теорема Арцела	4
5	Застосування до теорем існування	4
6	Власні вектори та числа операторів. Інваріантні підпростори	4
7	Компактні топологічні групи	8
8	Загальний вигляд лінійного функціоналу в С(К)	8
9	Теорема Какутані	2
10	Міра Хаара	2
11	Крайні точки опуклих множин	4
12	Слабка та слабка із зірочкою збіжності	4
13	<i>Контрольна робота</i>	<b>2</b>
	<b>Разом</b>	<b>56</b>

## 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

## 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

## 8. Методи контролю

- 1) поточний семестровий (перевірка домашніх завдань та контрольної роботи, спілкування зі студентами протягом семестру);
- 2) письмовий екзамен.

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота			Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	60	40	100
20	20	20			

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

## Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.

1-49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки
------	--------------	--

-----Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”)

### 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets\\_Functional\\_Analysis.pdf](http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf)
2. <https://www.springer.com/us/book/9783319920030>