

**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни

**Топологічні векторні простори**  
вид дисципліни за вибором

2022 / 2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **магістр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**;  
спеціальність - **111 Математика**; освітня програма «**Математика**»; факультет  
**математики і інформатики**.

**РОЗРОБНИК: КАДЕЦЬ Володимир Михайлович, професор кафедри фундаментальної математики, доктор фізико-математичних наук, професор**

**1. Опис навчальної дисципліни**

Метою викладання навчальної дисципліни “Топологічні векторні простори” є надання майбутнім фахівцям знань з теорії топологічних векторних просторів.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Топологічні векторні простори” є навчання студентів теоретичним основам теорії топологічних векторних просторів та методам її застосування у інших розділах математики.

**Кількість кредитів – 6**

**Загальна кількість годин – 180**

**2. Тематичний план навчальної дисципліни**

**Розділ 1. Аксиоматика та загальні властивості топологічних векторних просторів**

**Тема 1.** Топологічні простори та фільтри.

1. Термінологія загальної топології (повторення).
2. Фільтри, бази фільтрів та ультрафільтри. Границі та граничні точки за фільтрами.
3. Критерії компактності у термінах фільтрів.
4. Добуток топологічних просторів. Теорема Тихонова про добуток компактів.

**Тема 2.** Вступ до топологічних векторних просторів.

1. Означення та властивості околів нуля.
2. Приклади.
3. Відокремлюваність.

**Тема 3.** Метризованість та нормовність.

1. Обмежені множини – означення та властивості.
2. Критерій нормовності.
3. Критерій метризованості.

**Тема 4.** Неперервні функціонали та оператори.

1. Зв'язок між неперервністю та обмеженістю лінійних операторів.
2. Критерії неперервності лінійних функціоналів.
3. Фільтри Коші та повнота.
4. Теорема про ізоморфізм  $n$ -вимірних просторів.

**Тема 5.** Локально опуклі простори.

1. Локальна опуклість та півнорми.
2. Приклади.
3. Теорема Гана - Банаха.
4. Інтерполяційна теорема Ейдельгайта.

**Розділ 2. Теорія двоїстості для локально опуклих просторів**

**Тема 6.** Дуальність.

1. Пари просторів у двоїстості. Приклади.
2. Слабкі топології. Неперервність функціоналів у слабкій топології.
3. Замкненість та слабка замкненість.
4. Поляри, теорема про біполярну.

**Тема 7.** Принцип одностайної неперервності.

1. Бочки, бочечність та теорема Бера.
2. Доведення принципу одностайної неперервності.

**Тема 8.** Теорема Алаоглу.

1. Формулювання та доведення теореми Алаоглу.
2. Обмеженість та слабка обмеженість множин у локально опуклих просторах.

**Тема 9.** Дуальність у банахових просторах.

1. Метризованість слабкої топології на підмножинах.
2. Вкладення простору у бідуальний простір.
3. Теорема Еберлейна-Шмульяна.

**Тема 10.** Рефлексивність у банахових просторах.

1. Теорема Голдстайна.
2. Критерії рефлексивності.
3. Властивості рефлексивних просторів.
4. Приклади рефлексивних та нереплексивних просторів.

**3. Методи навчання**

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

**4. Методи контролю**

- 1) поточний семестровий (домашні завдання); контрольна робота (1);
- 2) підсумковий екзамен

**Шкала оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

**5. Рекомендована література****Основна література**

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”)

**Допоміжна література**

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу: Учебное пособие для студентов механико-математического факультета. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2006 – 607 с.
2. [John L. Kelley](#). General Topology, [Graduate Texts in Mathematics](#) (GTM, volume 27), 1975
3. [Walter Rudin](#) Functional Analysis. McGraw-Hill, 1991
4. A. P. Robertson, Wendy Robertson Topological Vector Spaces, Cambridge University Press, 1973

**10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. [http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets\\_Functional\\_Analysis.pdf](http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf)
2. <https://www.springer.com/us/book/9783319920030>