

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



серпень 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Функціональний аналіз

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

галузь знань Математика та статистика

спеціальність 111 Математика

освітня програма «Математика»

вид дисципліни обов'язкова

факультет математики і інформатики

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

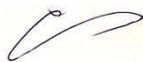
26 серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

**Фастовська Тамара Борисівна, кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми
«Математика»

Гарант освітньої (професійної) програми «Математика»



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету
математики і інформатики.

протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Функціональний аналіз» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр» спеціальності **111 Математика**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1 Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам теорії ймовірностей в об'єму, достатньому для подальшої самостійної роботи з літературою та самостійного розв'язання ймовірносних задач.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам теорії ймовірностей та застосуванню цих методів для різноманітних задач теоретичного та прикладного характеру.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
64 год.	
Практичні заняття	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
розрахунково-графічні роботи (2)	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна:

ІК01. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

ФК04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна:

РН04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН13 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

РН16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

1.8. Пререквізити: ОК6 Математичний аналіз, ОК8 Лінійна алгебра, ОК15 Теорія міри та інтеграла.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Простори, класичні теореми про лінійні оператори та функціонали.

Тема 1. Нескінченновимірні лінійні простори.

1. Упорядковані множини та лема Цорна.
2. Теорема існування базиса Гамеля.
3. Лінійні операції з підмножинами.
4. Лінійні оператори. Ін'єктивність та сюр'єктивність.

Тема 2. Нормовані та банахові простори.

1. Норма. Одинична куля. Зв'язок між одиничною кулею і нормою.
2. Критерій повноти у термінах рядів. Приклади повних та неповних просторів.
3. Підпростори, фактор-простори. Теорема Ф. Ріса про некомпактність одиничної кулі.
4. Функціонали. Теорема Гана-Банаха.

Тема 3. Гільбертові простори.

1. Аксиоми. Нерівність Коші. Рівність паралелограма.
2. Відстань від точки до підпростору.
3. Ортонормовані системи, повні системи, ортогоналізація та ряди Фур'є.

Тема 4. Лінійні оператори.

1. Лінійні неперервні оператори. Критерій неперервності оператора. Норма оператора та методи її обчислення.
2. Повнота простору операторів.
3. Лінійні оператори в гільбертовому просторі.
4. Продовження операторів за неперервністю.

Розділ 2. Основні принципи функціонального аналізу

Тема 1. Оборнений оператор. Теорема про замкнений графік.

1. Відкриті відображення. Теореми Банаха про відкриті відображення та про оборнений оператор.
2. Графік. Теорема Банаха про замкнений графік.

Тема 1. Зворотний оператор. Теорема про замкнений графік	7	4				3						
Тема 2. Принцип рівномірної обмеженості	7	4				3						
Тема 3. Спектр лінійного оператора. Резольвента.	12	8				4						
Тема 4. Спряжені простори.	12	8				4						
Тема 5. Компактні оператори.	22	8				14						
Усього за розділом 2	60	32				28						
Усього годин	120	64				56						

4. Теми практичних занять

Не заплановані навчальним планом.

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	Нескінченновимірні лінійні простори. [1] 5.1	5	Роз.-граф. р. 1 екзамен
2	Нормовані та банахові простори. [1] 5.4, 6.1-6.3, 9.1-9.3	5	Роз.-граф. р. 1 екзамен
3	Гільбертові простори. [1] 12.1-12.3	5	К.р. Роз.-граф. р. 1 екзамен
4	Лінійні оператори. [2] 8.1.-8.3	5	Роз.-граф. р. 1 екзамен
5	Виконання розрахунково-графічної роботи 1	8	
6	Теорема про замкнений графік. [1] 10.3	3	Роз.-граф. р. 2 екзамен
7	Принцип рівномірної обмеженості. [1] 10.4	3	Роз.-граф. р. 2

			екзамен
8	Спектр лінійного оператора. Резольвента. [1] 11.1	4	Роз.-граф. р. 2 екзамен
9	Спряжені простори. [1] 9.4	4	Роз.-граф. р. 2 екзамен
10	Компактні оператори. [1] 11.3	4	Роз.-граф. р. 2 екзамен
12	Виконання розрахунково-графічної роботи 2	5	Роз.-граф. р. 2
13	Підготовка до екзамену	5	екзамен
	<i>Усього годин</i>	56	

6. Індивідуальні завдання

Розрахункові-графічні роботи (2).

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний (лекції), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (розрахунково-графічні роботи) методи.

8. Методи контролю

Поточний контроль: розрахунково-графічні роботи (2).

Підсумковий контроль: екзамен.

9. Схема нарахування балів

Розрахунково-графічна робота 1	Розрахунково-графічна робота 2	Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 1-2	
25	25	50	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Розрахунково-графічна робота 1 включає 5 завдань по 5 балів кожне і оцінюється максимум у 25 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Розрахунково-графічна робота 2 включає 5 завдань по 5 балів кожне і оцінюється максимум у 25 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Екзаменаційний білет складається з 2 теоретичних питань та 1 практичного завдання. Теоретичні питання з доведеннями оцінюється максимум у 20 балів, задача – у 10 балів.

Максимальну кількість балів за відповідь на теоретичне питання з доведенням можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то він отримує максимум 14 балів. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, він отримує максимум 10 балів.

Максимальна оцінка за практичне завдання складає 10 балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90-100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. В.М. Кадець Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”).
2. Ю.М. Березанський, Г. Ф. Ус, З. Г. Шефтель. Функціональний аналіз: підручник. - Львів : Видавець І.Е. Чижиков, 2014. - 229 с.

Допоміжна література

1. Банах С., Курс функціонального аналізу, Київ, «Рад. школа», 1948.
2. Liusternik L. A. (Author), Sobolev V. J. (Author) Elements of Functional Analysis, Frederick Ungar Publishing Co; 1st Edition (January 1, 1961).

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://mathworld.wolfram.com/topics.html>