

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

29 серпня 2024 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Елементи математичної логіки та дискретної математики

рівень вищої освіти _____ перший (бакалаврський) рівень _____

галузь знань II – Математика та статистика _____

спеціальність III – Математика _____

освітня програма «Математика» _____

спеціалізація _____

вид дисципліни _____ обов'язкова _____

факультет _____ математики і інформатики _____

2024 / 2025 навчальний рік

програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Ігнатович Світлана Юріївна, доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри прикладної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 8.

Завідувача кафедри прикладної математики

Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми
«Математика»

Гарант освітньої (професійної)

програми

Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії

Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Елементи математичної логіки та дискретної математики**» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра

спеціальності (напряму) 111 – математика

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є ознайомлення студентів 1 курсу з деякими початковими поняттями і методами, які є загальноповсюджними при викладанні основних математичних дисциплін.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

1. Ознайомлення з початковими поняттями теорії множин;
2. Ознайомлення з початковими поняттями математичної логіки;
3. Ознайомлення з деякими методами математичних доведень;
4. Ознайомлення з початковими поняттями і постановками задач дискретної математики (комбінаторики і теорії графів).

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей:

ІК01. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей:

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

ФК03. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

ФК04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни

Обов'язкова

Денна форма навчання

Заочна(дистанційна) форма навчання

Рік підготовки

1-й	
Семестр	
1-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

Студенти повинні досягти таких результатів навчання:

Знати:

1. Поняття множини, способи завдання множин, означення основних операцій над множинами та їх властивості.
2. Поняття висловлювання, означення основних операцій над висловлюваннями та їх властивості.
3. Поняття предикату і кванторів, приклади їх використання.
4. Поняття необхідної умови, достатньої умови.
5. Поняття доведення, прийоми доведення. Метод математичної індукції. Доведення від супротивного.
6. Поняття відношення, відношення еквівалентності і порядку.
7. Означення кількості перестановок, сполук, методи їх підрахунку. Поняття про комбінаторні тотожності.
8. Поняття про графи і їх початкові властивості.

Вміти:

1. Наводити приклади множин, записувати їх у математичних символах, читати записані математичними символами приклади множин.
2. Доводити рівність/нерівність множин. Доводити властивості операцій над множинами.
3. Доводити і користуватися формулою включень-виключень.
4. Наводити приклади висловлювань, будувати таблиці істинності і користуватися ними для доведення еквівалентності/нееквівалентності висловлювань.
5. Наводити приклади предикатів, приклади використання кванторів. Будувати заперечення висловлювань з кванторами.
6. Доводити прості твердження, використовуючи різні прийоми доведення.
7. Використовувати методи доведення від супротивного і метод математичної індукції.
8. Наводити приклади відношень, визначати, чи є дане відношення відношенням еквівалентності, відношенням порядку.
9. Розв'язувати найпростіші задачі з комбінаторики, пояснювати метод підрахунку.
10. Розв'язувати найпростіші задачі з теорії графів.

Програмні результати навчання:

РН.01 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.

РН.03 Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень

РН.04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН.23 Знати основні поняття і уміти використовувати методи комбінаторики, теорії графів, інших розділів дискретної математики для вирішення теоретичних та практичних задач.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

*Розділ 1. Теорія множин**Тема 1. Поняття множини.*

Приклади множин, способи завдання множин. Парадокси наївної теорії множин. Універсальна множина. Операції перетину, об'єднання, доповнення. Кола Ейлера.

Тема 2. Операції над множинами.

Властивості операцій над множинами; доведення за допомогою кіл Ейлера і за допомогою міркувань. Доведення рівності двох множин. Формула включень-виключень.

*Розділ 2. Математична логіка**Тема 3. Поняття висловлювання.*

Приклади висловлювань. Неоднозначність висловлювань у повсякденній мові. Логічні операції, їх властивості. Таблиці істинності, доведення еквівалентності висловлювань.

Тема 4. Поняття предикату і квантора.

Предикати, приклади предикатів. Квантори, приклади використання. Заперечення висловлювань з кванторами.

Тема 5. Необхідні і достатні умови.

Необхідні і достатні умови, еквівалентність. Прямі, зворотні і протилежні твердження.

*Розділ 3. Доведення**Тема 6. Доведення.*

Доведення, прийоми доведення: «пряме» доведення, явне доведення існування, розбір випадків, доведення «від супротивного», неконструктивне доведення існування.

*Тема 7. Метод математичної індукції.**Розділ 4. Відношення**Тема 8. Поняття відношення.*

Відношення, бінарне відношення, приклади. Рефлексивні, симетричні, транзитивні відношення. Відношення еквівалентності, клас еквівалентності, фактор-множина. Відношення часткового порядку, порядок за включенням, відношення лінійного порядку.

*Розділ 5. Елементи дискретної математики**Тема 9. Початкові поняття комбінаторики.*

Перестановки і сполуки, підрахування їх кількості (рекурентні і замкнені формули). Біном Ньютона, трикутник Паскаля. Приклади комбінаторних тотожностей, комбінаторне і алгебраїчне доведення.

Тема 10. Початкові поняття теорії графів.

Граф, вершини, ребра, степінь вершини, зв'язність. Лема про рукописання. Древа і його властивості. Ейлерові графи.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	Денна форма						Заочна форма						
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі					
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Розділ 1. Теорія множин													
Тема 1. Поняття множини	8	2	2			4							
Тема 2. Операції над множинами	10	4	2			4							
<i>Разом за розділом 1</i>	<i>18</i>	<i>6</i>	<i>4</i>			<i>8</i>							
Розділ 2. Математична логіка													
Тема 3. Поняття висловлювання	10	2	4			4							
Тема 4. Поняття предикату і квантора	14	4	4			6							
Тема 5. Необхідні і достатні умови	10	2	2			6							
<i>Разом за розділом 2</i>	<i>34</i>	<i>8</i>	<i>10</i>			<i>16</i>							
Розділ 3. Доведення													
Тема 6. Доведення	16	4	4			8							
Тема 7. Метод математичної індукції	16	4	4			8							
<i>Разом за розділом 3</i>	<i>32</i>	<i>8</i>	<i>8</i>			<i>16</i>							
Розділ 4. Відношення													
Тема 8. Поняття відношення	8	2	2			4							
<i>Разом за розділом 4</i>	<i>8</i>	<i>2</i>	<i>2</i>			<i>4</i>							
Розділ 5. Елементи дискретної математики													
Тема 9. Початкові поняття комбінаторики	16	4	4			8							
Тема 10. Початкові поняття теорії графів	12	4	4			4							
<i>Разом за розділом 5</i>	<i>28</i>	<i>8</i>	<i>8</i>			<i>12</i>							
Разом	120	32	32			56							

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Множини і їх властивості	4
2	Висловлювання і їх властивості	4
3	Предикати, квантори і їх властивості	4
4	Необхідні і достатні умови	2

5	Доведення	6
6	<i>Контрольна робота</i>	2
7	Відношення	2
8	Елементи комбінаторики	4
9	Елементи теорії графів	2
10	<i>Контрольна робота</i>	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Вивчення властивостей множин, операцій над множинами, розбір прикладів, розв'язування задач	8
2	Вивчення властивостей логічних операцій, розбір прикладів, розв'язування задач	4
3	Вивчення властивостей предикатів і кванторів, розбір прикладів, побудова заперечень	6
4	Знайомство з поняттями необхідної і достатньої умови, прямої і оберненої теореми, розбір прикладів	6
5	Знайомство з прийомами доведення, в тому числі з методом математичної індукції, розбір прикладів, розв'язування задач	16
6	Вивчення поняття відношення, розбір прикладів, розв'язування задач	4
7	Розв'язування задач з комбінаторики	8
8	Розв'язування задач з теорії графів	4
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені

7. Методи навчання.

Пояснювально-ілюстративний та частково-пошуковий. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом розв'язування задач. Даний курс є вступним, його основна мета – допомогти студентам у майбутньому свідомо навчатися математики. Тому протягом курсу перевага надається неформальним обговоренням основних ідей, понять, мотивації, наведенню і аналізу прикладів і т.д.

8. Методи контролю.

Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування за лекційним матеріалом, перевірка контрольних робіт, проведення колоквиуму, перевірка залікової роботи.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання	Залікова	Сума
--	----------	------

Розділи 1-5	Колоквіум	Контрольні роботи	Разом	робота	
20	20	20	60	40	100

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання для допуску до складання підсумкового контролю (заліку), не передбачена програмою.

Критерії оцінювання:

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Зміст контрольної роботи №1: розв'язання задач за темами: робота з множинами, висловлюваннями, методи доведення, метод математичної індукції. Зміст контрольної роботи №2: розв'язання задач з комбінаторики і теорії графів. Кожна контрольна робота складається з 10 задач. Повне та правильне розв'язання кожної з задач оцінюється в 1 бал. Як правило, повне розв'язання передбачає не лише відповідь, але й словесне пояснення. Для отримання загальної оцінки отримані бали додаються. Максимальна оцінка за кожну контрольну роботу – 10 балів. При неповному або неправильному розв'язанні бал може бути знижений.

Колоквіум проводиться у формі усної індивідуальної співбесіди за 1-2 питаннями зі списку, який надається студентам. При проведенні співбесіди увага приділяється неформальним обговоренням понять і прикладів, мотивації введення цих понять, логічним зв'язкам між поняттями. Максимальна оцінка за колоквіум – 20 балів.

Залікова робота передбачає письмове розв'язання 4 задач. Повне розв'язання передбачає пояснення означень, тверджень, методів, що використовуються. Максимальна оцінка за кожне завдання – 10 балів. По кожному завданню виставляється:

- 10 балів у разі правильно обґрунтованої відповіді;
- 8-9 балів за наявності незначних помилок;
- 5-7 балів за наявності значних логічних помилок, якщо хід розв'язання в цілому правильний;
- 1-4 бали у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді;
- 0 балів, якщо розв'язання немає або наведені міркування не мають відношення до завдання.

Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10.Рекомендована література

Основна література

1. В. К. Маслюченко, Елементи теорії множин. – Чернівці: Рута. – 2002. – 132 с.
2. М.М.Левшин, Є.О.Лодатко. Математика : навчальний посібник. Частина 1. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2012. – 264 с.

Допоміжна література

1. Дж. Елленберг, Як ніколи не помилятися. Сила математичного мислення / пер. з англ. Андрій Іщенко. — К. : Наш формат, 2017. — 408 с.
2. Ю. Дрозд. Основи математичної логіки. Київ, 2003.
<https://www.imath.kiev.ua/~drozd/Logic.pdf>
3. Р.М. Трохимчук. Збірник задач і вправ з математичної логіки: навчальний посібник. — Київ, ДП «Видавничий дім Персонал». — 2008. — 116 с.
https://maup.com.ua/assets/files/lib/book/p09_06.pdf
4. К. Devlin, Introduction to Mathematical Thinking, 2012.
5. R. M. Smullyan A beginner's guide to mathematical logic – Dover, NY: Publications, Inc., Mineola, 2014.