

СИЛАБУС
Навчальної дисципліни

Топологічні векторні простори
вид дисципліни **за вибором**

рівень вищої освіти **бакалавр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**;
спеціальність **111 – Математика**; освітня програма «**Математика**»; факультет
математики і інформатики

РОЗРОБНИК: Заварзіна Олеся Олегівна, старший викладач кафедри фундаментальної математики, доктор філософії в галузі математики

1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “Топологічні векторні простори” є надання майбутнім фахівцям додаткових знань у галузі сучасного функціонального аналізу.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Топологічні векторні простори” є додаткове навчання студентів теоретичним основам і методам сучасного функціонального аналізу та зв’язку цієї теорії з іншими математичними дисциплінами.

Кількість кредитів – 4

Загальна кількість годин – 120

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Аксиоматика та загальні властивості топологічних векторних просторів

Тема 1. Топологічні простори та фільтри.

1. Термінологія загальної топології (повторення).
2. Фільтри, бази фільтрів та ультрафільтри. Границі та граничні точки за фільтрами.
3. Критерії компактності у термінах фільтрів.
4. Добуток топологічних просторів. Теорема Тихонова про добуток компактів.

Тема 2. Вступ до топологічних векторних просторів.

1. Означення та властивості околів нуля.
2. Приклади.
3. Відокремлюваність.

Тема 3. Метризованість та нормовність.

1. Обмежені множини – означення та властивості.
2. Критерій нормовності.
3. Критерій метризованості.

Тема 4. Неперервні функціонали та оператори.

1. Зв'язок між неперервністю та обмеженістю лінійних операторів.
2. Критерії неперервності лінійних функціоналів.
3. Фільтри Коші та повнота.
4. Теорема про ізоморфізм n -вимірних просторів.

Тема 5. Локально опуклі простори.

1. Локальна опуклість та півнорми.
2. Приклади.
3. Теорема Гана - Банаха.

4. Інтерполяційна теорема Ейдельгайта.

Розділ 2. Теорія двоїстості для локально опуклих просторів

Тема 6. Дуальність.

1. Пари просторів у двоїстості. Приклади.
2. Слабкі топології. Неперервність функціоналів у слабкій топології.
3. Замкненість та слабка замкненість.
4. Поляри, теорема про біполяр.

Тема 7. Принцип одностайної неперервності.

1. Бочки, бочечність та теорема Бера.
2. Доведення принципу одностайної неперервності.

Тема 8. Теорема Алаоглу.

1. Формулювання та доведення теореми Алаоглу.
2. Обмеженість та слабка обмеженість множин у локально опуклих просторах.

Тема 9. Дуальність у банахових просторах.

1. Метризованість слабкої топології на підмножинах.
2. Вкладення простору у бідуальний простір.
3. Теорема Еберлейна-Шмульяна.

Тема 10. Рефлексивність у банахових просторах.

1. Теорема Голдстайна.
2. Критерії рефлексивності.
3. Властивості рефлексивних просторів.
4. Приклади рефлексивних та нерефлексивних просторів.

3. Методи навчання

Лекційно-практичні. Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та ув умовах воєнного стану заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

4. Методи контролю

- 1) поточний семестровий (домашні завдання); контрольна робота (1);
- 2) письмовий екзамен.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

5. Рекомендована література

Основна література

2. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”)

Допоміжна література

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу: Учебное пособие для студентов механико-математического факультета. – Х.: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2006 – 607 с.
2. Walter Rudin. Functional Analysis. /McGraw-Hill Science/Engineering/Math; 2 edition (Jan. 1 1991)
4. Robertson A, Robertson D , Topological vector spaces/ Cambridge University Press; 2nd ed. edition (March 8 1973)

6. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf
2. <https://www.springer.com/us/book/9783319920030>