

## Прямі і обернені задачі для диференціальних операторів

для студентів 4 курсу спеціальності

МАТЕМАТИКА

Навчальний семестр 7

**Лектор:** д.ф.-м.н., професор *Шепельський Дмитро Георгійович*

**Кількість кредитів:** 4

**Структура курсу:** 2 год. (лекції)+ 2 год. (практики)

**Базові знання:** комплексний аналіз, основи теорії звичайних диференціальних рівнянь

**Форма звітності:** екзамен

**Орієнтовний зміст:** У природознавстві, прямі та обернені задачі можна (з певною долею умовності) поділити таким чином: (1) *Прямі задачі* відносяться до ситуацій, коли відома (за своїми властивостями) система піддається зовнішньому впливу, і треба спрогнозувати результати реакції системи на цей вплив. Відповідно, (2) у *обернених задачах*, внутрішні властивості системи ("чорний ящик") невідомі та шукаються за результатами вимірювання відкликів системи на зовнішні впливи певного роду.

Математичною мовою, *пряма задача* відповідає ситуації, коли маємо систему рівнянь (алгебраїчних, функціональних, диференційних, ...), і потрібно розшукати розв'язки системи, що задовольняють певним умовам. У випадку *оберненої задачі*, треба знайти рівняння у певному класі (напр., знайти коефіцієнти рівнянь певного типу), якщо відома якась інформація про достатню кількість розв'язків (напр., що відповідають різним значенням деякої параметра, який входить в опис системи).

У запропонованому курсі, обернені задачі будуть вивчатися на прикладі нескінченновимірної системи, що визначається диференційним рівнянням ШтурмаЛіувілля

$$-u''(x) + q(x)u(x) = \lambda u(x)$$

яке розглядається на скінченному інтервалі, з деякими заданими умовами на границях інтервалу. Спочатку досліджується пряма задача, в якій коефіцієнт  $q(x)$  вважається відомим, а вивчаються власні значення (допустимі значення  $\lambda$ ) та відповідні власні функції (розв'язки рівняння). Зокрема, вивчається питання асимптотичного розподілу (нескінченної) множини власних значень. Далі, на підставі результатів, отриманих при аналізі прямих задач, досліджується *обернена задача*: *За даною множиною чисел, визначити функцію  $q(x)$  таку, що власні значення отриманого рівняння ШтурмаЛіувілля співпадають з цією множиною чисел.*

Основна увага приділяється питанням єдиності: яку спектральну інформацію слід знати, щоб вона визначила  $q(x)$  єдиним чином.