

**Програма атестаційного іспиту
зі спеціальності «математика»
освітній рівень: бакалавр 2020/2021 навчальний рік**

Алгебра

1. Визначення групи, підгрупи. Теорема Лагранжа.
2. Лінійні оператори в скінченновимірних просторах, їх матриці, власні значення та власні вектори.
3. Самоспряжені оператори в скінченновимірних просторах та їх квадратичні форми. Зведення до діагонального вигляду.
4. Системи лінійних рівнянь. Теорема Крамера і Кронекера-Капеллі.

Математичний аналіз

1. Діференційованість функції декількох змінних. Теорія екстремумів.
2. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Властивості сум функціональних рядів.
3. Інтеграл (Римана і невластивий), залежні від параметра, їх властивості і спосіб обчислення.
4. Кратні інтеграл та їх властивості. Заміна змінних.
5. Поверхневі інтеграл та їх властивості.
6. Зв'язки між подвійними і криволінійним, поверхневим і криволінійним, потрійним і поверхневим інтегралами.
7. Ряд Фур'є. Властивості. Питання збіжності.

Диференціальна геометрія.

1. Розкладання Дарбу. Спеціальні лінії на поверхнях.
2. Перша квадратична форма регулярної поверхні. Обчислення довжин кривих, кутів між кривими, площ областей.
3. Друга квадратична форма регулярної поверхні. Гаусова і середня кривини поверхні та їх обчислення.

Топологія

1. Означення і приклади топологічних просторів. Аксиом зліченності та відокремлюваності. Теорема Ліндельофа.
2. Означення відображення. Ін'єкція, сюр'єкція та бієкція. Повний прообраз та обернене відображення. Визначення топології через відображення (індукована та фактор-топологія).
3. Неперервні відображення та гомеоморфізми. Гомеоморфізм як відкрито-замкнене відображення. Означення та приклади топологічних інваріантів.
4. Зв'язність та лінійна зв'язність топологічного простору як топологічні інваріанти. Означення області.
5. Компактність топологічного простору як топологічний інваріант. Компактні підмножини в R^n . Теорема Вейерштраса.

Звичайні диференціальні рівняння

1. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь.
2. Лінійні диференціальні рівняння та системи рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
3. Стійкість за Ляпуновим розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь

Комплексний аналіз

1. Елементарні функції комплексного змінного і здійснювані ними конформні відображення.
2. Теорема про інтеграл уздовж замкненого контуру. Інтегральна формула Коші.
3. Принцип максимуму модуля для аналітичних функцій.
4. Ряди Лорана та класифікація ізольованих особливих точок.
5. Теорія лишків. Приклади застосування до обчислення інтегралів.

Рівняння математичної фізики

1. Крайові задачі для рівняння Лапласа. Функція Гріна задачі Діріхле. Рівняння Лапласа в кулі, формула Пуассона.

2. Задача Коші для рівняння теплопровідності на всій осі. Теорема існування та єдиності класичних розв'язків. Формула Пуассона-Дюамеля.
3. Початково-крайові задачі для хвильового рівняння на відрізку. Розв'язання початково-крайової задачі Діріхле методом Фур'є. Теорема існування та єдиності розв'язків у випадку однорідних граничних умов та рівняння.

Функціональний аналіз

1. Метричний простір і його топологія. Послідовності, що збігаються і фундаментальні. Повнота. Принцип вкладених множин.
2. Нормовані простори. Критерій неперервності лінійного оператора. Норма оператора.
3. Компактність в метричних і нормованих просторах. Критерій компактності в скінченновимірному просторі. Теорема Риса про некомпактність одиничної кулі.
4. Банахів простір. Простори L_p . Нерівність Гельдера, функціонал інтегрування з вагою та його норма. Формулювання теореми про загальний вигляд лінійного функціоналу в L_p
5. Теорема Гана – Банаха і її наслідки.
6. Гільбертів простір. Ортонормовані системи в гільбертовому просторі та ряди Фур'є .
7. Ортогоналізація за Грамом-Шмідтом і теорема про існування ортонормованого базису в сепарабельному гільбертовому просторі.

Теорія ймовірностей

1. Основні поняття теорії ймовірностей. Формули повної ймовірності і Бейеса.
2. Схема Бернуллі. Граничні теореми для схеми Бернуллі (теореми Бернуллі, Пуассона, Муавра - Лапласа).
3. Закон великих чисел.
4. Довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу.

Методика викладання математики

1. Методи і форми в навчанні математики. Методи наукового пізнання в освіті математиків.
2. Методика введення і формування понять в шкільному курсі математики, визначення математичних понять, їх види.
3. Структура курсу математики 5 - 6 класів.
4. Структура курсу алгебри 7 - 9 класів.
5. Елементи математичного аналізу і теорії ймовірностей в шкільному курсі математики.
6. Побудова шкільного курсу геометрії.

Педагогіка і психологія

1. Предмет і завдання педагогіки.
2. Структура педагогічної науки.
3. Рушійна сила процесу навчання.
4. Методологія педагогіки та методи педагогічних досліджень.
5. Виховання як педагогічний процес.
6. Методи, засоби та форми виховання в сучасній педагогіці.
7. Педагогічна майстерність.

Затверджено на засіданні методичної комісії ФМІ
протокол № 7 від 15 березня 2021 року