

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Проректор  
з науково-педагогічної роботи

Антон ПАЙТЕЛЕЙМОНОВ



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**ТЕОРІЯ ПОТЕНЦІАЛУ**  
(змішана форма навчання)

рівень вищої освіти **доктор філософії**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітньо-наукова програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2020/ 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

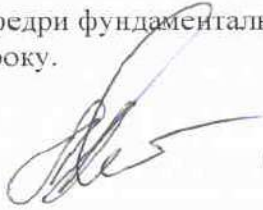
31 серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Фаворов Сергій Юрійович, доктор фізико-математичних наук, професор,  
професор кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики  
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Завідувач кафедри



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (наукової) програми «Математика»

Гарант освітньої (наукової)  
програми



Володимир КАДЕЦЬ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики  
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**ТЕОРІЯ ПОТЕНЦІАЛУ**» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки докторів філософії

галузь знань **11– Математика і статистика**  
спеціальність **111 – Математика**

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни полягає у наданні майбутнім спеціалістам знань у галузі сучасного аналізу – теорії гармонічних та субгармонічних функцій та теорії потенціалу

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам теорії потенціалу та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.

1.3. Кількість кредитів – **6**

1.4. Загальна кількість годин – **180**

<b>1.5. Характеристика навчальної дисципліни</b>	
<b>за вибором</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>2-й</b>	<b>2-й</b>
Семестр	
<b>3-й</b>	<b>3-й</b>
<b>Лекції</b>	
<b>36 год.</b>	<b>36 год.</b>
Практичні, семінарські заняття	
Лабораторні заняття	
<b>Самостійна робота</b>	
<b>144 год.</b>	<b>144 год.</b>
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

**знати :**

- властивості гармонічних функцій,
- формулу Пуассона,
- нерівність Харнака,
- властивості субгармонічних функцій,
- теорему Фрагмена-Лінделефа,
- властивості потенціалу міри,

**уміти :**

- використовувати формулу Пуасона,
- перевіряти субгармонічність функцій,
- перевіряти умови теореми Фрагмена-Лінделефа в куті та смугі,
- знаходити енергію міри,
- перевіряти полярність множин.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Гармонічні функції.

#### Тема 1. Гармонічні функції.

1. Визначення та найпростіші властивості гармонічних функцій.
2. Зв'язок з голоморфними функціями.
3. Теорема єдності.
4. Принцип максимуму.

#### Тема 2. Проблема Діріхле у колі.

1. Теорема єдності.
2. Ядро Діріхле та його властивості
3. Формула Пуасона

#### Тема 3. Додатні гармонічні функції

1. Нерівність Харнака
2. Відстань Харнака
3. Збіжність монотонної послідовності гармонічних функцій.
4. Випадок немонотонної послідовності.

### Розділ 2. Субгармонічні функції.

#### Тема 4. Визначення субгармонічної функції та простіші властивості

1. Напівнеперервні зверху функції.
2. Середнє значення
3. Визначення субгармонічної функції

#### Тема 5. Принцип максимуму

1. Принцип максимуму для обмежених областей.
2. Теорема Фрагмена -Лінделефа. Простіші наслідки.
3. Теорема Фрагмена -Лінделефа для смуги.
4. Теорема про три прями.
5. Теорема Фрагмена -Лінделефа для кута.
6. Наслідок для субгармонічних функцій у напівплощині.

#### Тема 6. Подальші властивості субгармонічних функцій.

1. Критерії субгармонічності.
2. Інтегрованість.
3. Опуклість.
4. Гладкість..

### Розділ 3. Теорія потенціалу.

#### Тема 7. Потенціал міри на площині

1. Визначення потенціалу.
2. Принцип неперервності
3. Принцип мінімуму
4. Енергія міри
5. Полярні множини
6. Рівноважна міра

#### Тема 8. Виключні множини

1. Верхня напівнеперервна регуляризація.
2. Теорема Брело – Картана

3. Множини, де функція дорівнює нескінченності
4. Усувні множини
5. Розряджені множини

#### Тема 9. Узагальнений лапласіан.

1. Визначення узагальненого лапласіану
2. Узагальнений лапласіан від потенціалу міри
3. Узагальнений лапласіан від логарифму модуля голоморфної функції
4. Теорема Рісу про декомпозицію

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Гармонічні функції.</b>												
Тема 1. Гармонічні функції.	20	4*				16	20	4				16
Тема 2. Проблема Діріхле у колі.	20	4*				16	20	4				16
Тема 3. Додатні гармонічні функції.	20	4*				16	20	4				16
<b>Розділ 2. Субгармонічні функції.</b>												
Тема 4. Визначення субгармонічної функції та простіші властивості.	20	4*				16	20	4				16
Тема 5. Принцип максимуму.	20	4*				16	20	4				16
Тема 6. Подальші властивості субгармонічних функцій.	20	4*				16	20	4				16
<b>Розділ 3. Теорія потенціалу.</b>												
Тема 7. Потенціал міри на площині.	20	4*				16	20	4				16
Тема 8. Виключні множини.	20	4*				16	20	4				16
Тема 9. Узагальнений лапласіан.	20	4*				16	20	4				16
<b>Разом</b>	<b>180</b>	<b>36</b>				<b>144</b>	<b>180</b>	<b>36</b>				<b>144</b>

\* За дистанційною формою, на платформі ZOOM.

#### 4. Темі семінарських (практичних, лабораторних) занять Для денної та заочно-дистанційної форми навчання

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Не передбачено планом	

2		
---	--	--

### 5. Самостійна робота

*Для денної та заочно-дистанційної форми навчання*

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи		Кількість годин
	Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами та розв'язання задач з домашнього завдання		
1	Гармонічні функції.		16
2	Проблема Діріхле у колі.		16
3	Додатні гармонічні функції/		16
4	Визначення субгармонічної функції та простіші властивості.		16
5	Принцип максимуму.		16
6	Подальші властивості субгармонічних функцій.		16
7	Потенціал міри на площині.		16
8	Виключні множини.		16
9	Узагальнений лапласіан.		16
	<b>Разом</b>		<b>144</b>

### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

### 8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять;
- підсумковий семестровий (екзамен).

### 9. Схема нарахування балів

*Для денної та заочно-дистанційної форми навчання*

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання			Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3		
20	20	20	40	100

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні

		завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70 – 89	добре	
50 – 69	задовільно	
1 – 49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендоване методичне забезпечення

### Базова література

1. У,Хейман, П,Кеннеди. Субгармонические функции, «Мир», М.,1980.
2. T.Ransford, Potential Theory in the Complex Plane. Cambridge University Press, 1995.

### Допоміжна література

1. Н.С.Ландкоф. Основы современной теории потенциала. М., «Наука», 1966.
2. М.Брело. Основы классической теории потенциала. М., «Мир», 1964.

