

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Пригорій ЖОЛТКЕВИЧ



“ 30 ” серпня 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА

Атестаційний екзамен

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид освітнього компонента **обов'язкова підсумкова атестація**

факультет **математики і інформатики**

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Ямпольський Олександр Леонідович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики від 28 серпня 2023 року, протокол № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)  
програми



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

від 29 серпня 2023 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма освітнього компонента “Атестаційний екзамен” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111- математика** освітня програма «Математика»

### 1. Опис освітнього компонента

1.1. Атестація здобувачів вищої освіти зі спеціальності 111 Математика здійснюється у формі атестаційного екзамену з математики. Атестація здійснюється Екзаменаційною комісією, яка затверджується наказом ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Екзаменаційна комісія приймає рішення про присвоєння студенту-випускнику кваліфікації бакалавра математики та видає диплом державного зразка про присудження йому ступеня бакалавра із присвоєнням кваліфікації: Бакалавр з математики. Цей диплом є юридичним документом, який дозволяє фахівцю займати первинні посади у відповідності з їх переліком та діючою в Україні відповідною номенклатурою посад.

До атестації допускаються студенти, які повністю виконали вимоги навчального плану. За результатами перевірки відповідності знань студентів вимогам даної програми Екзаменаційна комісія приймає рішення про складення студентом атестаційного екзамену.

Атестація здійснюється відкрито і публічно.

1.2. Програма атестаційного екзамену складається кафедрою фундаментальної математики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна та затверджується на засіданні науково-методичної комісії факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

1.3. Кількість кредитів – згідно з навчальним планом підготовки за ОПП «Математика» кредити на освітній компонент “Атестаційний екзамен” не виділяються.

1.4. Загальна кількість годин –

1.5. Характеристика освітнього компонента	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
8-й	

1.6. Заплановані результати навчання

РН01. Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.

РН02. Розуміти правові, етичні та психологічні аспекти професійної діяльності.

РН03. Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.

PH04. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

PH05. Мати навички використання спеціалізованих програмних засобів комп'ютерної та прикладної математики і використовувати інтернет-ресурси.

PH06. Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів.

PH07. Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики.

PH08. Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та однією з іноземних мов.

PH13. Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

PH14. Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач.

PH15. Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

PH16. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

PH17. Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ.

PH18. Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної.

PH19. Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

PH20. Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією, і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних.

PH21. Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.

PH22. Знати основні поняття і методи інформатики і програмування, уміти використовувати існуючі алгоритми, створювати і аналізувати нові для вирішення теоретичних і практичних задач, реалізувати їх за допомогою обраних засобів програмування.

PH23. Знати основні поняття і уміти використовувати методи комбінаторики, теорії графів, інших розділів дискретної математики для вирішення теоретичних та практичних задач.

PH24. Мати знайомство з етапами розвитку людського суспільства, української нації, поняттями філософії та інших предметних областей, що описують різноманітні об'єкти природи, суспільства та культури.

#### **4. Методи навчання**

Самостійно-практичний, репродуктивний. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, атестація проводиться дистанційно за допомогою платформи ZOOM із використанням відео фіксації.

#### **5. Методи контролю: Екзамен**

#### **6. Критерії оцінювання навчальних досягнень**

Екзаменаційна робота складається з шести завдань і передбачає письмову відповідь на два теоретичних питання з програми атестаційного екзамену, а також розв'язання чотирьох практичних завдань. Кожне теоретичне завдання оцінюється максимально 20 балами, задача – до 15 балів. По кожному завданню екзаменаційної роботи нараховується:

- максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;
- за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;

- за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід міркувань в цілому правильний;
- якщо відповідь не відповідає жодному з критеріїв – виставляється 0 балів.

### Шкала оцінювання

Сумарний бал за екзаменом	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

## 7. Програма атестаційного екзамену зі спеціальності «математика», ОПП Математика освітній рівень: бакалавр, 2022/2023 навчальний рік

### Алгебра

1. Визначення групи, підгрупи. Теорема Лагранжа.
2. Лінійні оператори в скінченновимірних просторах, їх матриці, власні значення та власні вектори.
3. Самоспряжені оператори в скінченновимірних просторах та їх квадратичні форми. Зведення до діагонального вигляду.
4. Системи лінійних рівнянь. Теореми Крамера і Кронекера-Капеллі.

### Математичний аналіз

1. Діференційованість функції декількох змінних. Теорія екстремумів.
2. Функціональні ряди. Рівномірна збіжність. Властивості сум функціональних рядів.
3. Інтеграл (Римана і невластий), залежні від параметра, їх властивості і спосіб обчислення.
4. Кратні інтеграл та їх властивості. Заміна змінних.
5. Поверхневі інтеграл та їх властивості.
6. Зв'язки між подвійними і криволінійним, поверхневим і криволінійним, потрійним і поверхневим інтегралами.

### Диференціальна геометрія.

1. Перша квадратична форма регулярної поверхні. Обчислення довжин кривих, кутів між кривими, площ областей.
2. Друга квадратична форма регулярної поверхні. Гаусова і середня кривини поверхні та їх обчислення.
3. Спеціальні лінії на поверхнях: лінії кривини, асимптотичні та геодезичні. Їхні властивості.

## Топологія

1. Означення і приклади топологічних просторів. Аксиоми зліченності та відокремлюваності. Теорема Ліндельофа.
2. Означення відображення. Ін'єкція, сюр'єкція та бієкція. Повний прообраз та обернене відображення. Визначення топології через відображення (індукована та фактор-топологія).
3. Неперервні відображення та гомеоморфізми. Гомеоморфізм як відкрито-замкнене відображення. Означення та приклади топологічних інваріантів.
4. Зв'язність та лінійна зв'язність топологічного простору як топологічні інваріанти. Означення області.
5. Компактність топологічного простору як топологічний інваріант. Компактні підмножини в  $R^n$ . Теорема Вейерштраса.

## Звичайні диференціальні рівняння

1. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь.
2. Лінійні диференціальні рівняння та системи рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
3. Стійкість за Ляпуновим розв'язків систем звичайних диференціальних рівнянь.

## Комплексний аналіз

1. Елементарні функції комплексного змінного і здійснювані ними конформні відображення.
2. Теорема про інтеграл уздовж замкненого контуру. Інтегральна формула Коші.
3. Принцип максимуму модуля для аналітичних функцій.
4. Ряди Лорана та класифікація ізольованих особливих точок.
5. Теорія лишків. Приклади застосування до обчислення інтегралів.

## Рівняння математичної фізики

1. Крайові задачі для рівняння Лапласа. Функція Гріна задачі Діріхле та її властивості.
2. Рівняння Лапласа в кулі, формула Пуассона.
3. Задача Коші для рівняння теплопровідності на всій осі. Теорема існування та єдиності класичних розв'язків. Формула Пуассона-Дюамеля.
4. Початково-крайові задачі для хвильового рівняння на відріжку. Розв'язання початково-крайової задачі Діріхле методом Фур'є. Теорема існування та єдиності розв'язків у випадку однорідних граничних умов та рівняння.

## Функціональний аналіз

1. Метричний простір і його топологія. Послідовності, що збігаються і фундаментальні. Повнота. Принцип вкладених множин.
2. Нормовані простори. Критерій неперервності лінійного оператора. Норма оператора.
3. Компактність в метричних і нормованих просторах. Критерій компактності в скінченновимірному просторі. Теорема Риса про некомпактність одиничної кулі.

4. Банахів простір. Простори  $L_p$ . Нерівність Гельдера, функціонал інтегрування з вагою та його норма. Формулювання теореми про загальний вигляд лінійного функціоналу в  $L_p$ .
5. Теорема Гана – Банаха і її наслідки.
6. Гільбертів простір. Ортонормовані системи в гільбертовому просторі та ряди Фур'є.
7. Ортогоналізація за Грамом-Шмідтом і теорема про існування ортонормованого базису в сепарабельному гільбертовому просторі.

### Теорія ймовірностей

1. Математичне сподівання, дисперсія випадкової величини і коваріація випадкових величин. Нерівності Маркова і Чебишова. Приклад поліномів Бернштейна.
2. Центральна гранична теорема. Приклади. Центральна гранична теорема з умовою Ліндеберга. Центральна гранична теорема для трикутного масиву.
3. Ланцюги Маркова. Приклади. Рекурентність станів ланцюга Маркова.
4. Пуассонівський процес. Об'єднання та розщеплення. Приклади.

### Математична статистика

1. Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики.
2. Поняття незсуненості та слухності оцінок параметрів розподілу. Методи побудови оцінок параметрів. Точкові та інтервальні оцінки параметрів нормального розподілу. Теорема Рао-Крамера.
3. Критерії згоди, критерій Пірсона для перевірки гіпотези про вид розподілу та про рівність розподілів.
4. Критерії однорідності, критерій Фішера та Стьюдента для перевірки рівності дисперсій та математичних сподівань.
5. Парна лінійна регресія. Метод найменших квадратів. Критерій Пірсона для перевірки кореляційної залежності.

Затверджено на засіданні науково-методичної комісії факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна протокол № 9 від 11 квітня 2023 року

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО