

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра **фундаментальної математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Декан факультету  
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ



2023 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**Елементи алгебри та теорії чисел**

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 – Математика та статистика, 12 – Інформаційні технології,  
01 – Освіта/Педагогіка**

спеціальність **111 – Математика, 113 – Прикладна математика,  
122 – Комп’ютерні науки, 014.04 – Середня освіта (Математика)**

освітня програма **«Математика», «Прикладна математика», «Теоретична і  
прикладна інформатика», «Математика та інформатика»**

вид дисципліни **обов’язкова**

факультет **математики і інформатики**

2023/2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Каролінський Євген Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фундаментальної математики, доцент.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики від 28 серпня 2023 року, протокол № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)  
програм



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Прикладна математика»

Гарант освітньої (професійної)  
програм



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Теоретична і прикладна інформатика»

Гарант освітньої (професійної)  
програм



Ірина ЗАРЕЦЬКА

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика та інформатика»

Гарант освітньої (професійної)



Ганна ЧЕРНОВА

програми

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики від 29 серпня 2023 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Елементи алгебри та теорії чисел” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності 111 – математика, 113 – прикладна математика, 122 - комп’ютерні науки, 014.04 – Середня освіта (Математика) освітня програма «Математика», «Прикладна математика», «Теоретична і прикладна інформатика», «Математика та інформатика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам теорії чисел, а також алгебрі комплексних чисел та многочленів однієї змінної.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам алгебри та теорії чисел та застосуванню цих методів для розв’язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.3. Кількість кредитів – 6

1.4. Загальна кількість годин – 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>Нормативна / за вибором</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>1-й</b>	<b>1-й</b>
Семестр	
<b>1-й</b>	<b>1-й</b>
Лекції	
<b>48 год.</b>	<b>9 год.</b>
<b>Практичні, семінарські заняття</b>	
<b>48 год.</b>	<b>9 год.</b>
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>84 год.</b>	<b>162 год.</b>
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

**Знати:**

- ✓ Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
- ✓ Основні принципи арифметики цілих чисел: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, прості числа, основна теорема арифметики, рівняння за модулем  $n$  та класи лишків, лінійні рівняння за модулем  $n$ , китайська теорема про лишки, мала теорема Ферма та теорема Ейлера.
- ✓ Аксиоми поля та приклади полів.
- ✓ Основні властивості комплексних чисел.
- ✓ Аксиоми кільця та приклади кілець.
- ✓ Основні властивості многочленів однієї змінної: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладення многочлена на незвідні множники, корені

многочлена та теорема Безу, кратність кореня та похідна, основну теорему алгебри, інтерполяцію, теореми Штурма.

✓ Поняття про раціональні функції однієї змінної, розкладення на найпростіші дроби.

**Уміти:**

✓ Виконувати арифметичні дії з цілими числами, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти цілі числа на прості множники, виконувати арифметичні дії з класами лишків, розв'язувати лінійні рівняння за модулем  $n$ , користатись китайською теоремою про лишки.

✓ Виконувати арифметичні дії з комплексними числами, знаходити модуль, аргумент та тригонометричну форму комплексного числа.

✓ Розв'язувати рівняння третього та четвертого ступенів.

✓ Виконувати арифметичні дії з многочленами однієї змінної, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти многочлени на незвідні множники, обчислювати кратність кореня многочлена, обчислювати інтерполяційний многочлен, приблизно обчислювати дійсні корені многочлена за допомогою методу Штурма.

✓ Розкласти раціональну функцію в суму найпростіших.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

*Розділ 1. Арифметика та комплексні числа*

Тема 1. Елементи арифметики

1. Подільність цілих чисел, ділення з остачею, найбільший спільний дільник.
2. Прості числа, основна теорема арифметики.
3. Рівняння за модулем  $n$  та класи лишків, лінійні рівняння за модулем  $n$ , китайська теорема про лишки.
4. Мала теорема Ферма та теорема Ейлера.

Тема 2. Поле комплексних чисел

1. Визначення поля. Приклади полів. Побудова поля комплексних чисел. Аксиоматичний опис поля комплексних чисел.
2. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Муавра. Корені з одиниці та їх властивості.
3. Рівняння третього та четвертого ступенів.

*Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної*

Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної

1. Визначення кільця. Приклади кільця. Побудова кільця многочленів однієї змінної.
2. Подільність у кільці многочленів. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда.
3. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлену та теорема Безу.
4. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Основна теорема алгебри (без доведення).
5. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона.
6. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма.

Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної

1. Кільця без дільників нуля. Поле часток кільця без дільників нуля. Поле раціональних функцій однієї змінної.
2. Розкладання раціональної функції в суму найпростіших.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Арифметика та комплексні числа</b>												
Тема 1. Елементи арифметики	45	12*	12			21		2	2			40
Тема 2. Поле комплексних чисел	45	12*	12			21		2	2			40
Разом за розділом 1	90	24	24			42		4	4			80
<b>Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної</b>												
Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної	56	14*	14			28		3	3			52
Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної	34	10*	10			14		2	2			30
Разом за розділом 2	86	24	20			42		5	5			82
Контрольні роботи (2)	4		4									
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>	<b>48</b>	<b>48</b>			<b>84</b>		<b>9</b>	<b>9</b>			<b>162</b>

\*) за дистанційною формою, на платформі ZOOM

### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

Для денної форми навчання

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи арифметики Ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладання цілі числа на прості множники, дії з класами лишків, лінійні рівняння за модулем $n$ , китайська теорема про лишки.	12
2	Поле комплексних чисел Дії з комплексними числами. Модуль, аргумент та тригонометрична форма комплексного числа, її застосування. Рівняння третього та четвертого ступенів.	12
3	Кільце многочленів однієї змінної Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлена та теорема Безу. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма.	14
4	Раціональні функції Розкладання раціональної функції в суму найпростіших.	10
5	Контрольні роботи (2)	4
	<b>Разом</b>	<b>48</b>

*Для заочно-дистанційної форми навчання*

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи арифметики	2
2	Поле комплексних чисел	2
3	Кільце многочленів однієї змінної	3
4	Раціональні функції	2
	<b>Разом</b>	<b>9</b>

**5. Завдання для самостійної роботи***Для денної форми навчання*

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Елементи арифметики (домашнє завдання).	21
2	Поле комплексних чисел (домашнє завдання).	21
3	Кільце многочленів однієї змінної (домашнє завдання).	24
4	Раціональні функції (домашнє завдання).	12
5	Підготовка до контрольних робіт (2).	6
	<b>Разом</b>	<b>84</b>

*Для заочно-дистанційної форми навчання*

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Елементи арифметики (робота з конспектом).	40
2	Поле комплексних чисел (робота з конспектом).	40
3	Кільце многочленів однієї змінної (робота з конспектом).	52
4	Раціональні функції (робота з конспектом).	30
	<b>Разом</b>	<b>162</b>

**6. Індивідуальні завдання**

Не передбачені навчальним планом.

**7. Методи навчання**

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

**8. Методи контролю**

– поточний семестровий (перевірка виконання домашніх завдань; контрольних робіт (2)); підсумковий семестровий (екзамен).

### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2		40	60	40	100
T1	T2	T1	T2				
5	5	5	5				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань. За активність під час занять можуть нараховуватись бонусні бали.

За контрольні роботи бали нараховуються таким чином:

максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;

за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;

за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний;

у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів;

відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань та однієї задачі.

Максимальну кількість балів за теоретичні питання можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, то оцінка зменшується від 40 до 100 відсотків. Задача оцінюється за тими ж принципами, що контрольні роботи.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90–100	відмінно	зараховано
70–89	добре	
50–69	задовільно	

1–49	незадовільно	не зараховано
------	--------------	---------------

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Андрійчук В.І., Забавський Б. В. Алгебра і теорія чисел. – Львів, 2005.
2. Завало С. Т. та ін. Алгебра і теорія чисел: практикум. Частина 2. – Київ, Вища школа, 1986.
3. Vinberg E. A Course in Algebra. – AMS, 2003.

### Допоміжна література

1. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Навчальний посібник з лінійної алгебри. – Київ, 2019.
2. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Завдання до практичних занять з лінійної алгебри. – Київ, 2016.
3. Ireland K., Rosen M. A Classical Introduction to Modern Number Theory. – Springer, 1990.
4. Lang S. Algebra. – Springer, 2002.
5. Kostrikin A.I. Introduction to algebra. – Springer, 1982.