

СИЛАБУС

навчальної дисципліни

ЗАДАЧА РІМАНА-ГІЛЬБЕРТА ТА НЕЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ вид дисципліни за вибором

2022 / 2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **магістр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**; спеціальність **111 – Математика**; освітня програма «**Математика**»; факультет **математики і інформатики**.

РОЗРОБНИК: ШЕПЕЛЬСЬКИЙ Дмитро Георгійович, д.ф.-м.н., старший науковий співробітник, професор кафедри фундаментальної математики

1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є висвітлення основних ідей дослідження асимптотичної поведінки розв'язків матричної задачі Рімана-Гільберта як нелінійного аналогу методу стаціонарної фази для дослідження асимптотик розв'язків нелінійних інтегровних систем.

Основними завданнями вивчення дисципліни є ознайомлення майбутніх магістрів з методами дослідження нелінійних рівнянь, що базуються на варіанті методу оберненої задачі розсіяння, який має вигляд задачі аналітичної факторизації типу Рімана-Гільберта, а також з основними ідеями асимптотичного аналізу розв'язків задачі Коші для таких рівнянь.

Кількість кредитів: 6

Загальна кількість годин: 180

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. *Теорія граничних задач Рімана-Гільберта.*

Тема 1. Інтеграл типу Коші.

Головне значення інтегралу типу Коші. Формули Сохоцького-Племеля. Властивості граничних значень інтегралу типу Коші.

Тема 2. Скалярна гранична задача Рімана-Гільберта.

Індекс задачі. Задача Рімана-Гільберта для однозв'язної області. Задача Рімана-Гільберта для багатозв'язної області

Тема 3. Матрична гранична задача Рімана-Гільберта.

Індекс задачі. Теореми про розв'язність задачі.

Розділ 2. *Теорія дослідження нелінійних рівнянь методом оберненої задачі розсіяння.*

Тема 4. Інтегровні нелінійні рівняння.

Пара Лакса. Розв'язки Йоста лінійних рівнянь з пари Лакса. Задача розсіяння. Матриця розсіяння. Спектральні функції.

Тема 5. Задача Рімана-Гільберта для інтегровних нелінійних рівнянь.

Отримання сім'ї задач Рімана-Гільберта з задачі розсіяння. Задача Рімана-Гільберта у якості оберненої задачі для лінійних рівнянь з пари Лакса. Солітонні розв'язки як спеціальний випадок розв'язків задачі Рімана-Гільберта.

Розділ 3. Асимптотичний аналіз задач Коші з початковими даними, що спадають на нескінченності.

Тема 6. Асимптотичний аналіз задачі Коші в термінах асимптотичного аналізу задачі Рімана-Гільберта.

Таблиця знаків фазової функції. Алгебраїчні (трикутні) факторизації матриці стрибків на дійсній осі. Деформації контуру вихідної задачі Рімана-Гільберта.

Тема 7. Асимптотика у секторі подібності.

Задача Рімана-Гільберта для диференціального рівняння параболічного циліндру. Апроксимація розв'язку вихідної (деформованої) задачі Рімана-Гільберта розв'язком задачі Рімана-Гільберта для рівняння параболічного циліндру. Отримання головного члена асимптотики.

Тема 8. Асимптотики у перехідних зонах: зона Пенлеве.

Задача Рімана-Гільберта для рівняння Пенлеве-II. Апроксимація розв'язку вихідної задачі розв'язком задачі Рімана-Гільберта для рівняння Пенлеве-II.

Тема 9. Асимптотики у перехідних зонах: зона хвиль дисперсійного шоку.

Задача Рімана-Гільберта на двох відрізках та її розв'язок у термінах еліптичних функцій.

Розділ 4. Асимптотичний аналіз задач Коші з початковими даними, що не спадають на нескінченності.

Тема 10. Задача Рімана-Гільберта для задачі Коші з початковими даними типу сходимки.

Фонові розв'язки лінійних рівнянь з пари Лакса. Задача розсіяння та її трансформація у задачу Рімана-Гільберта.

Тема 11. Секторальні асимптотики: зона Захарова-Манакова.

Деформації вихідної задачі Рімана-Гільберта. Апроксимація розв'язку вихідної задачі розв'язком задачі Рімана-Гільберта для рівняння параболічного циліндру.

Тема 12. Секторальні асимптотики: зона плоскої хвилі.

Задача Рімана-Гільберта на одному відрізку. Розв'язок у термінах алгебраїчних функцій. Апроксимації. Задача про параметрикс.

Тема 13. Секторальні асимптотики: зона еліптичної хвилі.

Алгебраїчні факторизації матриць стрибку. Задача Рімана-Гільберта на двох відрізках та її розв'язок у термінах еліптичних функцій.

Тема 14. Локальні задачі: параметрикси.

Розв'язки локальної задачі в термінах функцій параболічного циліндру. Локальні задачі в термінах функції Ейрі.

3. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

4. Методи контролю

Навчання здійснюється у формі лекцій, практичних занять, а також у формі самостійної роботи (опрацювання навчального матеріалу, розв'язання учбових задач). Методи контролю: поточний (домашні завдання); контрольна робота; **підсумковий семестровий екзамен**

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	

50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

5. Рекомендована література

Основна література

1. T.Trogdon and S.Olver, Riemann-Hilbert problems, their numerical solutions, and the computation of nonlinear special functions. – SIAM, Philadelphia, 2012.
2. Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. – К.: Наук. думка, 1986.

Допоміжна література

1. Deift P. Orthogonal Polynomials and Random Matrices: A Riemann-Hilbert Approach. Courant Lecture Notes in Mathematics, New York, AMS, 2000.
2. Miller P. Applied Asymptotic Analysis. Graduate Studies in Mathematics. Providence, Rhode Island, AMS, 2006.
3. Clancy K., Gohberg I. Factorization of Matrix Functions and Singular Integral Operators. Basel, Birkhauser, 1981.

11. Інформаційні ресурси

Wolfram Math World: <http://mathworld.wolfram.com/InverseScatteringMethod.html>

Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Integrable_system

MathOverflow: <http://mathoverflow.net/questions/6379/what-is-an-integrable-system>