Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Декан факультету
математики і інформатики

Григорій ЖОЛТКЕВИЧ

"29" 08 2024 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Асимптотичні методи математики

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма «**Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Щербина Марія Володимирівна, член-кор. НАН України, доктор фізико-математичних наук; Щербина Олексій Сергійович, канд. фіз-мат. наук, старший викладач кафедри фундаментальної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики від 26 серпня 2024 року, протокол № 1.

В. о. завідувача кафедри Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної) програми Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики від 27 серпня 2024 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни **«Асимптотичні методи математики»** складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр**
спеціальності **111 Математика**, освітня програма «**Математика»**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам асимптотичних методів математики.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам асимптотичних задач математики.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин - **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / **за вибором**	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
7-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
Індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

Знати:

- Методи Лапласа та перевалу та умови їх застосування в класичних асимптотичних задачах.
- Метод сумування Пуассону, його доведення та умови застосування.
- Загальні ідеї побудови послідовності ортогональних поліномів.

Уміти:
- Знаходити головний член асимптотики інтегралів та сум, що містять великий параметр.
- Знаходити асимптотичні розкладання сум та інтегралів за зворотними ступенями відповідних великих параметрів.
- Доводити теореми, що викладені в лекціях, а також вміти вирішувати задачі на доведення.

1.7. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні загальні компетенції:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, володіння культурою мислення;

- здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, використовувати знання про сучасну природничу картину світу в освітній та професійній діяльності, застосовувати знання у практичних ситуаціях;

- здатність використовувати основні методи, способи та засоби одержання, зберігання, переробки інформації;

- здатність працювати з комп'ютером як засобом управління інформацією.

1.8 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні фахові компетентності:

- володіння основними положеннями класичних розділів математики, її базовими ідеями та методами;

- здатність здійснювати логічний аналіз математичних об’єктів і процедур та конкретизацію абстрактних математичних знань у процесі вивчення математики;

- володіння культурами математичного мислення, логічною, алгоритмічною та евристичною; розуміння загальної структури математичного знання, взаємозв’язку між різними математичними дисциплінами; здатність користуватися мовою математики, коректно виражати та аргументовано обґрунтовувати наявні знання;

- здатність будувати математичні моделі для вирішення практичних проблем; розуміння критеріїв якості математичного моделювання;

- здатність застосовувати різні сценарії вивчення конкретного математичного матеріалу, накопичувати та систематизувати різні варіанти доказів теорем, розв’язків задач;

- володіння основними положеннями історії розвитку математики, еволюції математичних ідей та основними концепціями сучасної математичної науки.

1.9 Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні мати наступні ПРН:

- ознайомлення з сучасними методами розв’язування асимптотичних задач у математиці;

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Асимптотики інтегралів та сум, що містять великий параметр

1. Формула Стірлінґа, отримання першого члену асимптотики.
2. Отримання наступних членів асимптотики у формулі Стірлінґа.
3. Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.
4. Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними ступенями відповідних великих параметрів. Випадок точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.
5. Метод сумування Пуассона. Приклади.
6. Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.
7. Поняття L-контуру. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.
8. Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.
9. Функції Ейрі. Означення та властивості. Вибір контуру та продовження у комплексну площину. Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.

Розділ 2. Ортогональні поліноми та їх властивості.

1. Поняття позитивної послідовності і матриці Якобі.
2. Властивості поліномів, що пов'язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.
3. Зв'язок спектру матриці Якобі з коренями відповідних поліномів.
4. Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних поліномів.
5. Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лаґерра та Чебишова.
6. Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Асимптотики інтегралів та сум, що містять великий параметр												
Формула Стірлінґа, отримання першого члену асимптотики.	4	2				2						

Отримання наступних членів асимптотики у формулі Стірлінґа.	8	2	2			4						
Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.	8	2	2			4						
Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними ступенями відповідних великих параметрів. Випадки точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.	16	4	6			6						
Метод сумування Пуассона. Приклади.	8	2	2			4						
Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.	8	2	2			4						
Поняття L-контуру. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.	12	2	4			6						
Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.	6	2	2			2						
Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.	10	4	2			4						
Разом за розділом 1	80	22	22			36						
Розділ 2. Ортогональні поліноми та їх властивості.												
Поняття позитивної послідовності і матриці Якобі.	6	1	2			3						
Властивості поліномів, що пов’язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.	7	2	2			3						
Зв’язок спектру матриці Якобі з коренями відповід-	4	2				2						

них поліномів.												
Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних поліномів.	8	2	2			4						
Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лаґерра та Чебишова.	5	1	2			2						
Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.	10	2	2			6						
Разом за розділом 2	40	10	10			20						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Формула Стірлінґа.	2
2	Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.	2
3	Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними ступенями відповідних великих параметрів. Випадки точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.	6
4	Метод сумування Пуассона. Приклади.	4
5	Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.	4
6	Поняття L-контуру. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.	6
7	Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.	2
8	Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.	4
9	Поняття позитивної послідовності і матриці Якобі.	2
10	Властивості поліномів, що пов’язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.	2

11	Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних поліномів.	2
12	Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лаґерра та Чебишова.	2
13	Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п		Кількість годин
1	Формула Стірлінґа, отримання першого члену асимптотики.	2
2	Отримання наступних членів асимптотики у формулі Стірлінґа.	4
3	Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.	4
4	Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними ступенями відповідних великих параметрів. Випадки точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.	6
5	Метод сумування Пуассона. Приклади.	4
6	Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.	4
7	Поняття L-контуру. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.	6
8	Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.	2
9	Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.	4
10	Поняття позитивної послідовності і матриці Якобі.	3
11	Властивості поліномів, що пов’язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.	3
12	Зв’язок спектру матриці Якобі з коренями відповідних поліномів.	2
13	Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних поліномів.	4
14	Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лаґерра та Чебишова.	2
15	Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.	6

	Разом	56

6. Індивідуальні навчальні завдання

Не передбачені навчальним планом

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

1) поточний семестровий (завдання для самостійної роботи, контрольна робота);
2) підсумковий семестровий (екзамен).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Екзамен	
25	15	20	60	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену, курсової роботи (проекту), практики	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70 – 89	добре	
50 – 69	задовільно	
1 – 49	незадовільно	не зараховано

10. Рекомендована література

Базова

1. Fedoryuk, M. V. (2001) [1994], "Saddle point method"
2. Bender, Carl M.; Orszag, Steven A. (1999). Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers I. New York, NY: Springer New York.
3. N. I. Akhiezer. The Classical Moment Problem and Some Related Questions in Analysis presents.

Допоміжна

1. Abramowitz, Milton; Stegun, Irene Ann, eds. (1983) [June 1964]. "Chapter 22". Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Applied Mathematics Series. Vol. 55 (Ninth reprint with additional corrections of tenth original printing with corrections (December 1972); first ed.). Washington D.C.; New York: United States Department of Commerce, National Bureau of Standards; Dover Publications. p. 773.

10. Інформаційні ресурси

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Laplace%27s_method
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Method_of_steepest_descent