

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



Сергій 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Асимптотичні методи математики

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

26 серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Щербина Марія Володимирівна, член-кор. НАН України, доктор фізико-математичних наук; Щербина Олексій Сергійович, канд. фіз-мат. наук, старший викладач кафедри фундаментальної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики від 26 серпня 2025 року, протокол № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики від 26 серпня 2025 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Асимптотичні методи математики» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111 Математика**, освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам асимптотичних методів математики.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам дослідження асимптотичних задач математики.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин - 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
7-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
Індивідуальні завдання	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна:

ІК-01 Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК-01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-03 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК-07 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ФК-01 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК-02 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

ФК-03 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна:

РН09. Уміти працювати зі спеціальною літературою іноземною мовою.

РН18. Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії функцій комплексної змінної.

1.8. Пререквізити: Для вивчення асимптотичних методів математики вимагається знання математичного і комплексного аналізу в об'ємі передбаченому ОПП.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Асимптотики інтегралів та сум, що містять великий параметр

1. Формула Стірлінга, отримання першого члену асимптотики.
2. Отримання наступних членів асимптотики у формулі Стірлінга.
3. Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.
4. Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними степенями відповідних великих параметрів. Випадок точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.
5. Метод сумування Пуассона. Приклади.
6. Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.
7. Поняття L -контур. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.
8. Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.
9. Функції Ейрі. Означення та властивості. Вибір контуру та продовження у комплексну площину. Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.

Розділ 2. Ортогональні поліноми та їх властивості.

1. Поняття позитивної послідовності і матриці Якобі.
2. Властивості поліномів, що пов'язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.
3. Зв'язок спектру матриці Якобі з коренями відповідних поліномів.
4. Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних поліномів.
5. Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лагерра та Чебишова.
6. Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин
----------------------	-----------------

	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Асимптотики інтегралів та сум, що містять великий параметр												
Формула Стірлінга, отримання першого члену асимптотики.	4	2				2						
Отримання наступних членів асимптотики у формулі Стірлінга.	8	2	2			4						
Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.	8	2	2			4						
Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними ступенями відповідних великих параметрів. Випадки точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.	16	4	6			6						
Метод сумування Пуассона. Приклади.	8	2	2			4						
Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.	8	2	2			4						
Поняття L -контуру. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.	12	2	4			6						
Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.	6	2	2			2						
Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.	10	4	2			4						
Разом за розділом 1	80	22	22			36						
Розділ 2. Ортогональні поліноми та їх властивості.												
Поняття позитивної послідовності і матриці	6	1	2			3						

Якобі.												
Властивості поліномів, що пов'язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.	7	2	2			3						
Зв'язок спектру матриці Якобі з коренями відповідних поліномів.	4	2				2						
Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних поліномів.	8	2	2			4						
Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лагерра та Чебишова.	5	1	2			2						
Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.	10	2	2			6						
Разом за розділом 2	40	10	10			20						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Формула Стірлінга.	2
2	Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.	2
3	Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними ступеннями відповідних великих параметрів. Випадки точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.	6
4	Метод сумування Пуассона. Приклади.	4
5	Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.	4
6	Поняття L -контуру. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.	6
7	Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.	2
8	Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.	4
9	Поняття позитивної послідовності і матриці Якобі.	2
10	Властивості поліномів, що пов'язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.	2
11	Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних	2

	поліномів.	
12	Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лагерра та Чебишова.	2
13	Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п		Кількість годин
1	Формула Стірлінга, отримання першого члену асимптотики.	2
2	Отримання наступних членів асимптотики у формулі Стірлінга.	4
3	Задача про «щасливі квітки». Отримання формули за допомогою методу включення-виключення. Отримання асимптотичної формули за допомогою методу Лапласа.	4
4	Загальні теореми про метод Лапласа. Побудова асимптотичного розкладання за зворотними ступенями відповідних великих параметрів. Випадки точки максимуму на кінці проміжка. Випадок декількох точок максимуму.	6
5	Метод сумування Пуассона. Приклади.	4
6	Числа Белла. Комбінаторний зміст. Формула Добинського. Твірна функція для чисел Белла. Асимптотична формула для чисел Белла.	4
7	Поняття L -контур. Метод перевалу. Загальна теорема та вибір контуру.	6
8	Функції Бесселя. Інтегральна формула та асимптотика.	2
9	Асимптотика функцій Ейрі за значенням аргументу.	4
10	Поняття позитивної послідовності і матриці Якобі.	3
11	Властивості поліномів, що пов'язані з матрицею Якобі. Аналоги формул Ліувілля-Остроградського, Грина та Кристоффеля-Дарбу.	3
12	Зв'язок спектру матриці Якобі з коренями відповідних поліномів.	2
13	Квадратурна формула та ланцюгові дроби для ортогональних поліномів.	4
14	Приклади послідовностей ортогональних поліномів. Поліноми Ерміта, Лежандра, Лагерра та Чебишова.	2
15	Асимптотика поліномів Ерміта з великим номером.	6
	Разом	56

6. Індивідуальні навчальні завдання

Не передбачені навчальним планом

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ

ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

- 1) поточний семестровий (завдання для самостійної роботи, контрольна робота);
- 2) підсумковий семестровий (екзамен).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Екзамен	
25	15	20	60	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену, курсової роботи (проекту), практики	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70 – 89	добре	
50 – 69	задовільно	
1 – 49	незадовільно	не зараховано

10. Рекомендована література

Базова

1. Bender, Carl M.; Orszag, Steven A. (1999). Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers I. New York, NY: Springer New York.

Допоміжна

1. Abramowitz, Milton; Stegun, Irene Ann, eds. (1983) [June 1964]. "Chapter 22". Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Applied Mathematics Series. Vol. 55 (Ninth reprint with additional corrections of tenth original printing

with corrections (December 1972); first ed.). Washington D.C.; New York: United States Department of Commerce, National Bureau of Standards; Dover Publications. p. 773.

2. E. T. Copson. Asymptotic Expansions. Cambridge University Press (2009). ISBN: 9780511526121.

10. Інформаційні ресурси

1. https://en.wikipedia.org/wiki/Laplace%27s_method
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Method_of_steepest_descent