

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-
педагогічної роботи

Антон ПАНТЕЛЕЙМОНОВ

“ _ ” _____ 2020 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Гармонічний аналіз

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **вибіркова**

факультет **математики і інформатики**

2020/ 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

31 серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Дубовий Володимир Кирилович, докт. фіз.-мат. наук, професор,
професор кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Завідувач кафедри

Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програм

Ганна ВИШНЯКОВА

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Голова науково-методичної комісії

Ольга АНОЩЕНКО

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни **«Гармонічний аналіз»** складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111- Математика** освітня програма **«Математика»**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни **«Гармонічний аналіз»** є ознайомлення з базовими поняттями теорії рядів та перетворень Фур'є.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни **«Гармонічний аналіз»** є оволодіння поняттями та методами теорії рядів та перетворень Фур'є і їх застосувань.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен:

Знати :

1. Ортогональні та ортонормовані системи у гільбертовому просторі.
2. Поняття базису у гільбертовому просторі.
3. Загальний ряд Фур'є у гільбертовому просторі.
4. Екстремальну властивість коефіцієнтів Фур'є, нерівність Бесселя, рівність Парсеваля.
5. Тригонометричний ряд Фур'є.
6. Метод Чезаро, теорему Фейєра.
7. Теорема Вейєрштрасса про апроксимацію.
8. Застосування рядів Фур'є до розв'язку задач математичної фізики.
9. Означення та основні властивості перетворення Фур'є.
10. Перетворення Фур'є згортки функцій.
11. Застосування перетворення Фур'є до розв'язку задач математичної фізики.

Уміти :

1. Розкласти періодичні функції в тригонометричний ряд Фур'є.
2. Досліджувати ряди Фур'є на поточкову та рівномірну збіжність.
3. Шукати розклад в ряд Фур'є парних та непарних функцій.
4. Розкласти функції в ряд Фур'є в довільному інтервалі.
5. Шукати перетворення Фур'є деяких функцій.
6. Розв'язувати задачі математичної фізики за допомогою рядів та перетворення Фур'є.

2. Тематичний план навчальної дисципліни**Тема 1. Ряди Фур'є. Теореми про апроксимацію неперервних функцій**

1. Ортонормовані системи функцій.
2. Ряд Фур'є (РФ) за ортонормованою системою функцій.
3. РФ за ортонормованою системою в евклідовому просторі. Екстремальна властивість коефіцієнтів Фур'є.
4. Геометричний зміст екстремальної властивості коефіцієнтів Фур'є.
5. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.
6. Замкнені та повні системи векторів в евклідовому просторі. Умови замкненості ортонормованої системи. Поняття про базис.
7. РФ за ортонормованою системою. Тригонометричний ряд Фур'є (ТРФ). Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля.
8. ТРФ для парних та непарних функцій.
9. Розвинення в ТРФ періодичних функцій та на довільному відрізку.
10. Інтеграл Діріхле.
11. Лема Рімана.
12. Принцип локалізації Рімана.
13. Ознака Жордана-Діріхле поточної збіжності ТРФ.
14. Рівномірна збіжність ТРФ.
15. Метод Чезаро. Теорема Коші. Сума ТРФ за Чезаро
16. Теорема Фейєра.
17. Теореми Вейерштрасса про апроксимацію.
18. Почленне інтегрування та диференціювання рядів Фур'є.
19. Задача Коші для рівняння теплопровідності.

Тема 2. Інтеграл та перетворення Фур'є

20. Комплексна форма ряду Фур'є.
21. Перетворення Фур'є, приклади.
22. Тригонометрична форма інтеграла Фур'є, приклад.
23. Властивості перетворення Фур'є.
24. Ознака Діні збіжності інтеграла Фур'є.
25. Згортка функцій та її перетворення Фур'є.
26. Задача Коші для рівняння теплопровідності.

2. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема1. Ряди Фур'є. Теореми про апроксимацію неперервних функцій.	60	16	16			28						
Тема 2. Інтеграл та перетворення Фур'є .	60	16	16			28						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Ортонормовані системи функцій.	4
2	Розвинення в ТРФ періодичних функцій.	4
3	Розвинення в ТРФ парних та непарних функцій.	4
4	Розвинення в ТРФ в довільному інтервалі.	4
5	Дослідження ТРФ на поточкову та рівномірну збіжність.	4
6	Почленне інтегрування та диференціювання ТРФ.	4
7	Пошук перетворення Фур'є.	4
8	Розв'язок задач математичної фізики за допомогою рядів Фур'є.	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами:	
1	Ортонормовані системи функцій.	8
2	Розвинення в ТРФ парних, непарних, періодичних функцій та в довільному інтервалі.	16
3	Дослідження ТРФ на поточкову або рівномірну збіжність, почленне інтегрування та диференціювання ТРФ.	16
4	Пошук перетворення Фур'є	8
5	Розв'язок задач математичної фізики за допомогою рядів Фур'є	8
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять;
- контрольні опитування;
- контрольна робота (1); залік (за вибором студента).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання			Разом	Залік	Сума
T1	T2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом			
20	20	20			
			60	40	100

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III. – М.: Наука, 1966.
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, ч. II. – К. : Либідь, 1994.
3. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа, т. II. – М.: Высшая школа, 1988.
4. Никольский С. М. Курс математического анализа, т. II. – М.: Наука, 1973.
5. Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. – М.: Наука, 1986.
6. Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. – М.: Наука, 1977.
7. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз (Збірник задач). – К.: Вища школа, 1987.

Допоміжна література

1. Зорич В. А. Математический анализ, ч. II. – М.: Наука, 1984.
2. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении, т. 1. – М.: Мир, 1985.
3. Агранович П. З., Папуш Д. Є. Ряды Фурье. Методические указания и индивидуальные зачетные задания, 1992.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://library.kpi.kharkov.ua>