

Дисципліна вільного вибору студента

Вступ до обернених задач спектрального аналізу

для студентів 4 курсу спеціальності
МАТЕМАТИКА

Навчальний семестр 8

Лектор: д.ф.-м.н, професор Шепельський Дмитро Георгійович

Кількість кредитів: 5

Структура курсу: 2 год. (лекції) + 2 год. (практики)

Базові знання: комплексний аналіз, основи теорії звичайних диференціальних рівнянь

Форма звітності: залік/екзамен

Орієнтовний зміст:

У природознавстві, *прямі та обернені* задачі можна (з певною долею умовності) поділити таким чином: (1) *Прямі* задач відносяться до ситуацій, коли відома (за своїми властивостями) система піддається зовнішньому впливу, і треба спрогнозувати результати реакції системи на цей вплив. Відповідно, (2) у *обернених* задачах, внутрішні властивості системи ("чорний ящик") невідомі та шукаються за результатами вимірювання відкликів системи на зовнішні впливи певного роду.

Математичною мовою, пряма задача відповідає ситуації, коли маємо систему рівнянь (алгебраїчних, функціональних, диференційних, ...), і потрібно розшукати розв'язки системи, що задовольняють певним умовам. У випадку оберненої задачі, треба знайти рівняння у певному класі (напр., знайти коефіцієнти рівнянь певного типу), якщо відома якась інформація про достатню кількість розв'язків (напр., що відповідають різним значенням деякої параметра, який входить в опис системи).

У запропонованому курсі, обернені задачі будуть вивчатися на прикладі нескінченновимірної системи, що визначається диференціальним рівнянням Штурма-Ліувілля

$$-u''(x) + q(x)u(x) = \lambda u(x)$$

яке розглядається на скінченному інтервалі, з деякими заданими умовами на границях інтервалу. Спочатку досліджується пряма задача, в якій коефіцієнт $q(x)$ вважається відомим, а вивчаються власні значення (допустимі значення λ) та відповідні власні функції (розв'язки рівняння). Зокрема, вивчається питання асимптотичного розподілу (нескінченної) множини власних значень. Далі, на підставі результатів, отриманих при аналізі прямих задач, досліджується обернена задача: *За даною множиною чисел, визначити функцію $q(x)$ таку, що власні значення отриманого рівняння Штурма-Ліувілля співпадають з цією множиною чисел.* Основна увага приділяється питанням єдиності: яку спектральну інформацію слід знати, щоб вона визначила $q(x)$ єдиним чином.

