

**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни

**Геометрія груп Лі**  
вид дисципліни за вибором

2022 / 2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **магістр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**;  
спеціальність **111 – Математика**; освітня програма **«Математика»**  
факультет **математики і інформатики**

**РОЗРОБНИК : ПЕТРОВ Євген В'ячеславович – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри фундаментальної математики.**

**1. Опис навчальної дисципліни**

Метою викладання навчальної дисципліни “Геометрія груп Лі” є надання майбутнім фахівцям знань з теорії Лі, геометрії груп Лі та однорідних просторів.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Геометрія груп Лі” є навчання студентів теоретичним основам теорії груп Лі та однорідних просторів, їхньої геометрії та методам її застосування у інших розділах математики.

**Кількість кредитів – 5**

**Загальна кількість годин - 150**

**2. Тематичний план навчальної дисципліни**

**Розділ 1.** Групи Лі, алгебри Лі та інваріантні метрики.

Тема 1. Групи Лі, приклади, основні властивості

- Класичні матричні групи.
- Топологічні групи, основні означення, приклади.
- Групи Лі, основні означення, приклади.
- Ліві та праві зсуви, зв'язна компонента одиниці та її властивості.
- Знаходження топологічної структури класичних груп.
- Дотичні простори до класичних груп.

Тема 2. Лівоінваріантні поля, експоненціальне відображення, дужка Лі

- Лівоінваріантні поля, їх властивості.
- Експоненціальне відображення та його властивості. Однопараметричні підгрупи.
- Побудова дужки Лі на дотичному просторі в одиниці групи.
- Дужка Лі лівоінваріантних полів.

Тема 3. Алгебри Лі

- Алгебри та асоціативні алгебри.
- Алгебри Лі, властивості, приклади. Алгебра Лі групи Лі.

Тема 4. Представлення груп та алгебр Лі

- Представлення групи, представлення групи Лі, приклади. Приєднане представлення групи Лі.
- Представлення алгебри Лі, приклади. Приєднане представлення алгебри Лі.

Тема 5. Основні теореми теорії Лі

- Теорема про підгрупи та підалгебри Лі.
- Теорема про гомоморфізми груп та алгебр Лі.
- Теорема про існування та єдиність групи Лі з даною алгеброю Лі.

#### Тема 6. Лівоінваріантні та біінваріантні метрики

- Лівоінваріантні метрики, приклади побудови.
- Лівоінваріантна зв'язність, формули для зв'язності та кривини лівоінваріантної метрики.
- Біінваріантна метрика, формули для зв'язності та кривини.
- Опис груп Лі, що допускають біінваріантні метрики.

### Розділ 2. Однорідні та симетричні простори

#### Тема 7. Дії груп на множинах, однорідні простори

- Дія групи на множині, властивості.
- Гладка дія групи Лі на многовиді. Властивості стабілізаторів. Приклади.
- Структура многовиду на просторі суміжних класів.
- Гладка структура на однорідному просторі групи Лі.

#### Тема 8. Інваріантні ріманові метрики

- Інваріантна метрика. Рімановий однорідний простір.
- Опис інваріантної метрики у випадку ефективної дії. Компактність стабілізатора.
- Ріманові субмерсії та формули О'Нейла.
- Формули кривини інваріантної метрики. Випадок нормальної метрики.
- Приклад Берже.

#### Тема 9. Симетричні простори

- Означення та критерії симетричного простору.
- Структура алгебри Лі групи ізометрій симетричного простору. Незвідні простори.
- Симетричні простори компактного та некомпактного типу. Формули для кривини.

### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

### 8. Методи контролю

Опитування, контрольна робота, підсумковий контроль – екзамен.

#### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. M Postnikov.. Lie Groups and Algebras. [Lectures in geometry](#), 1986
2. [Sigurdur Helgason](#) . Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces. Graduate Studies in Mathematics Volume: 34; 2001
3. R. Bryant. An introduction to Lie groups and symplectic geometry // In: Geometry and Quantum Field Theory. – Providence: AMS, 1995.
4. A.W. Knap. Lie groups beyond an introduction. – Boston: Birkhauser, 1996.

### Допоміжна література

1. Arthur L. Besse, *Einstein manifolds*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 10, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, 1987
2. Shoshichi Kobayashi and Katsumi Nomizu. Foundations of Differential Geometry, V.1. <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjcrObY5877AhVwJEQIHfYF6DFoQFnoECA8QAQ&url=https%3A%2F%2Fusers.math.msu.edu%2Fusers%2Fparker%2FGT%2FKobayashi-Nomizu.pdf&usg=AOvVaw22wr8-tb5RpHzgWB8r5mrN>  
V.2  
[https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjcrObY5877AhVwJEQIHfYF6DFoQFnoECBEQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.fuw.edu.pl%2F~suszek%2Fpdf%2FKobayashi\\_Nomizu\\_II.pdf&usg=AOvVaw30PSJboe9np79Trp7wxRX5](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjcrObY5877AhVwJEQIHfYF6DFoQFnoECBEQAQ&url=https%3A%2F%2Fwww.fuw.edu.pl%2F~suszek%2Fpdf%2FKobayashi_Nomizu_II.pdf&usg=AOvVaw30PSJboe9np79Trp7wxRX5)
3. J. Cheeger, D.G. Ebin. Comparison theorems in Riemannian Geometry. – Amsterdam: North-Holland, 1975.

### 4. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернет, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [www-library.univer.kharkov.ua](http://www-library.univer.kharkov.ua)
2. <http://puremath.univer.kharkov.ua/~petrov>