

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“ 13 ” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни
Додаткові розділи функціонального аналізу

рівень вищої освіти **другий (магістерський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Дубовий Володимир Кирилович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики. Кадець Володимир Михайлович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики. протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (наукової) програми «Математика»

Гарант освітньої (наукової)
програми

Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ



Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики
протокол від 27 серпня 2024 року № 1 .

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Додаткові розділи функціонального аналізу” складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки **магістр** спеціальності **111 Математика** освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Додаткові розділи функціонального аналізу” є надання майбутнім фахівцям додаткових знань у галузі сучасного функціонального аналізу.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Додаткові розділи функціонального аналізу” є додаткове навчання студентів теоретичним основам і методам сучасного функціонального аналізу та зв'язку цієї теорії з іншими математичними дисциплінами.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ФК02 – Здатність формулювати та доводити математичні твердження, отримувати висновки, встановлювати правильність розв'язання задач та міркувань.

ФК03 – Знання та розуміння фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу, геометрії, топології тощо та здатність використовувати їх у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач.

ФК10 – Здатність орієнтуватися в нових наукових напрямках в галузі математики, новітніх розробках і досягненнях.

1.3. Кількість кредитів – 7

1.4. Загальна кількість годин – 210

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
146 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
год.	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

Знати :

- теореми про нерухомі точки, зокрема принцип стискаючих відображень, теорему Брауера, принцип Шаудера та теорему Какутані;
- методи застосування теорем про нерухомі точки для доведення існування розв'язків рівнянь;

- теорему Ломоносова про інваріантні підпростори;
- базові означення теорії топологічних груп;
- теорему існування міри Хаара та її застосування;
- теорему Крейна-Мільмана;
- основні факти про слабку та слабку із зірочкою збіжності.

Уміти :

- Застосовувати вивчену теорію до розв'язання задач.

Програмні результати навчання за ОНП:

РН05. Знати теореми і методи сучасних розділів функціонального і комплексного аналізу, зокрема основні факти про банахові і гільбертові простори та оператори в них, елементи спектральної теорії операторів, теорію рядів Фур'є у гільбертовому просторі і основні факти про перетворення Фур'є, властивості голоморфних функцій, нулів цілих функцій, конформної еквівалентності областей, основні теореми комплексного аналізу. Уміти досліджувати простори та оператори методами функціонального аналізу, різні класи функцій методами комплексного аналізу.

РН10. Вміти застосовувати наявні знання математичних теорій для постановки нових задач, висунення гіпотез, формулювання і доведення нових математичних результатів і їх аналізу.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Теореми про нерухомі точки та їхні застосування

1. Принцип стискаючих відображень.
2. Топологічні простори з властивістю нерухомої точки.
3. Симплекси, симпліціальні розбиття, лема Шпернера та теорема Брауера.
4. Принцип Шаудера.
5. Теорема Арцела.
6. Застосування до теорем існування.
7. Теорема Ломоносова про інваріантні підпростори.

Розділ 2. Топологічні групи та пов'язані питання

1. Базові означення, приклади та властивості околів.
2. Компактні топологічні групи, критерій компактності в $C(G)$.
3. Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$.
4. Теорема Какутані.
5. Міра Хаара.
6. Крайні точки опуклих множин.
7. Слабка та слабка із зірочкою збіжності.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Теореми про нерухомі точки та їхні застосування												
Принцип стискаючих відображень.	18	3	3			12						
Топологічні простори з	18	3	3			12						

властивістю нерухомої точки.												
Теорема Брауера та Принцип Шаудера.	18	3	3			12						
Теорема Арцела.	18	3	3			12						
Застосування до теорем існування.	16	2	2			12						
Теорема Ломоносова.	12	2	2			8						
Разом за розділом 1	100	16	16			68						
Розділ 2. Топологічні групи та пов'язані питання												
Компактні топологічні групи.	14	3	3			8						
Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$.	14	3	3			8						
Теорема Какутані.	21	3	3			15						
Міра Хаара.	21	3	3			15						
Крайні точки опуклих множин.	19	2	2			15						
Слабка та слабка із зірочкою збіжності	19	2	2			15						
Разом за розділом 2	108	16	16			76						
<i>Контрольна робота</i>	2					2						
Усього годин	210	32	32			146						

* Викладаються дистанційно, на платформі ZOOM

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Принцип стискаючих відображень	3
2	Топологічні простори з властивістю нерухомої точки	3
3	Теорема Брауера та принцип Шаудера	3
4	Теорема Арцела	3
5	Застосування до теорем існування	2
6	Власні вектори та числа операторів. Інваріантні підпростори	2
7	Компактні топологічні групи	3
8	Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$	3
9	Теорема Какутані	3
10	Міра Хаара	3
11	Застосування крайніх точок	2
12	Слабка та слабка із зірочкою збіжності	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№	Види, зміст самостійної роботи	Кількість
---	--------------------------------	-----------

з/п		годин
1	Принцип стискаючих відображень	12
2	Топологічні простори з властивістю нерухомої точки	12
3	Теорема Брауера та принцип Шаудера	12
4	Теорема Арцела	12
5	Застосування до теорем існування	12
6	Власні вектори та числа операторів. Інваріантні підпростори	8
7	Компактні топологічні групи	8
8	Загальний вигляд лінійного функціоналу в $C(K)$	8
9	Теорема Какутані	15
10	Міра Хаара	15
11	Крайні точки опуклих множин	15
12	Слабка та слабка із зірочкою збіжності	15
13	<i>Контрольна робота</i>	2
	Разом	146

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний, (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольні роботи) методи.

8. Методи контролю

Поточне опитування, контрольна робота (1), підсумковий контроль – екзамен.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота			Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	60	40	100
20	20	20			

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.

70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”)

Допоміжна література

1. Rudin W. Functional Analysis 2nd Edition, 1991. – McGraw-Hill Science / Engineering / Math. – 448 pp.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf
2. <https://www.springer.com/us/book/9783319920030>