

СИЛАБУС

навчальної дисципліни

Геометрія груп Лі

вид дисципліни за вибором

2022 / 2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **бакалавр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**;
спеціальність **111 – Математика**; освітня програма «**Математика**»; факультет
математики і інформатики

РОЗРОБНИК: Петров Євген В'ячеславович – кандидат фізико-математичних наук,
старший викладач кафедри фундаментальної математики.

1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “Геометрія груп Лі” є надання майбутнім фахівцям знань з теорії Лі, геометрії груп Лі та однорідних просторів.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Геометрія груп Лі” є навчання студентів теоретичним основам теорії груп Лі та однорідних просторів, їхньої геометрії та методам її застосування у інших розділах математики.

Кількість кредитів – **4**

Загальна кількість годин - **120**

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Групи Лі, алгебри Лі та інваріантні метрики.

Тема 1. Групи Лі, приклади, основні властивості

- Класичні матричні групи.
- Топологічні групи, основні означення, приклади.
- Групи Лі, основні означення, приклади.
- Ліві та праві зсуви, зв’язна компонента одиниці та її властивості.
- Знаходження топологічної структури класичних груп.
- Дотичні простори до класичних груп.

Тема 2. Лівоінваріантні поля, експоненціальне відображення, дужка Лі

- Лівоінваріантні поля, їх властивості.
- Експоненціальне відображення та його властивості. Однопараметричні підгрупи.
- Побудова дужки Лі на дотичному просторі в одиниці групи.
- Дужка Лі лівоінваріантних полів.

Тема 3. Алгебри Лі

- Алгебри та асоціативні алгебри.
- Алгебри Лі, властивості, приклади. Алгебра Лі групи Лі.

Тема 4. Представлення груп та алгебр Лі

- Представлення групи, представлення групи Лі, приклади. Приєднане представлення групи Лі.
- Представлення алгебри Лі, приклади. Приєднане представлення алгебри Лі.

Тема 5. Основні теореми теорії Лі

- Теорема про підгрупи та підалгебри Лі.
- Теорема про гомоморфізми груп та алгебр Лі.
- Теорема про існування та єдиність групи Лі з даною алгеброю Лі.

Тема 6. Лівоінваріантні та біінваріантні метрики

- Лівоінваріантні метрики, приклади побудови.
- Лівоінваріантна зв'язність, формули для зв'язності та кривини лівоінваріантної метрики.
- Біінваріантна метрика, формули для зв'язності та кривини.
- Опис груп Лі, що допускають біінваріантні метрики.

Розділ 2. Однорідні та симетричні простори

Тема 7. Дії груп на множинах, однорідні простори

- Дія групи на множині, властивості.
- Гладка дія групи Лі на многовиді. Властивості стабілізаторів. Приклади.
- Структура многовиду на просторі суміжних класів.
- Гладка структура на однорідному просторі групи Лі.

Тема 8. Інваріантні ріманові метрики

- Інваріантна метрика. Рімановий однорідний простір.
- Опис інваріантної метрики у випадку ефективної дії. Компактність стабілізатора.
- Ріманові субмерсії та формули О'Нейла.
- Формули кривини інваріантної метрики. Випадок нормальної метрики.
- Приклад Берже.

Тема 9. Симетричні простори

- Означення та критерії симетричного простору.
- Структура алгебри Лі групи ізометрій симетричного простору. Незвідні простори.
- Симетричні простори компактного та некомпактного типу. Формули для кривини.

3. Методи навчання

Лекційно-практичні. Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та ув умовах воєнного стану заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

4. Методи контролю

Опитування, контрольна робота, іспит або залік.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

5. Рекомендована література

Основна література

1. S. Helgason. Differential Geometry, Lie Groups, and Symmetric Spaces. – AMS, 2001.
2. R. Bryant. An introduction to Lie groups and symplectic geometry // In: Geometry and Quantum Field Theory. – AMS, 1995.
3. A.W. Knap. Lie groups beyond an introduction. – Birkhauser, 1996.

Допоміжна література

1. A. Besse. Einstein Manifolds. – Springer, 1987.
2. J. Cheeger, D.G. Ebin. Comparison Theorems in Riemannian Geometry. – AMS, 2008.
3. S. Kobayashi, K. Nomizu. Foundations of Differential Geometry. – Wiley, 1996.

6. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернет, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://puremath.univer.kharkov.ua/~petrov>