

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



серпень 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математична статистика

рівень вищої освіти **перший (бакалаврський)**

галузь знань **11- Математика та статистика**

спеціальність **111 Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету математики і інформатики

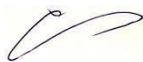
26 серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

**Фастовська Тамара Борисівна, кандидат фізико-математичних наук,
доцент, доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми
«Математика»

Гарант освітньої (професійної) програми «Математика»



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету
математики і інформатики.

протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Математична статистика» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **«бакалавр»** спеціальності **111 Математика**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам математичної статистики в об'єму, достатньому для подальшої самостійної роботи з літературою та самостійного розв'язання основних статистичних задач.

1.2. Завдання курсу полягає у навчанні студентів теоретичним основам і методам математичної статистики та застосуванню цих методів для різноманітних задач теоретичного та прикладного характеру.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
8-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
розрахунково-графічні роботи (3)	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна:

ІК01. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

СК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

СК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

СК05. Здатність до кількісного мислення.

СК06. Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.
 СК09. Здатність застосовувати спеціалізовані мови програмування та пакети прикладних програм

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна:

ПРН05 Мати навички використання спеціалізованих програмних засобів комп'ютерної та прикладної математики і використовувати інтернет-ресурси.

ПРН06 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів.

ПРН17 Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ.

ПРН20 Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією, і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних.

1.8. Пререквізити: ОК6 Математичний аналіз, ОК8 Лінійна алгебра, ОК10 Дискретна математика, ОК15 Теорія міри та інтеграла, ОК23 Теорія ймовірностей.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Вибіркові характеристики та оцінки статистичних параметрів.

1. Тема 1. Вибірковий метод. Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики: варіаційний ряд, порядкові статистики, емпірична функція розподілу, точкові та інтервальні розподіли, полігон частот, гістограма, кумулята, вибіркові моменти, коефіцієнт асиметрії, куртозис, вибіркові квантілі, мода, медана. Граничний розподіл теоретичних ймовірностей, теорема Глівенко-Кантеллі.
2. Тема 2. Поняття незміщеності, слухності, ефективності, асимптотичної нормальності оцінок параметрів розподілу. Методи побудови оцінок параметрів: метод моментів, метод найбільшої правдоподібності. Теорема Рао-Крамера.
3. Тема 3. Довірчий інтервал. Довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу. Загальні методи побудови довірчих інтервалів.

Розділ 2. Статистична перевірка гіпотез.

1. Тема 1. Загальна схема перевірки статистичних гіпотез, критерій, критична область, рівень значущості критерія. Лема Неймана-Пірсона, перевірка гіпотез про параметри нормального розподілу.
2. Тема 2. Перевірка гіпотез про вид розподілу. Критерій χ^2 -квадрат Пірсона. Критерій Пірсона для перевірки параметричних гіпотез.
3. Тема 3. Критерії однорідності. Критерій Фішера для перевірки рівності дисперсій нормальних розподілів. Критерій Стюдента для перевірки рівності математичних сподівань нормальних розподілів. Перевірка гіпотез про рівність розподілів: Критерій Вілкоксона та Манна-Вітні.

4. Тема 4. Перевірка непараметричних гіпотез. Оцінка достовірності зсуву в значеннях досліджуваної ознаки: критерій знаків, Т-критерій Вілкоксона, однофакторний дисперсійний аналіз. Критерій однорідності Колмогорова-Смірнова.
5. Тема 5. Перевірка гіпотез про незалежність ознак: коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кенделла. Коефіцієнт кореляції Пірсона. Таблиці спряженості.

Розділ 3. Теорія регресії та кореляції.

1. Тема 1. Лінійна парна регресія. Коефіцієнт кореляції. Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку.
2. Тема 2. Розподіл оцінок параметрів лінійної регресії. Довірчі інтервали для коефіцієнтів лінійної регресії. Теорема Гаусса-Маркова. Перевірка значущості параметрів зв'язку та моделі регресії.
3. Тема 3. Бінарна регресія. Критерій Вальда.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Вибіркові характеристики та оцінки статистичних параметрів.												
Тема 1 Вибірковий метод. Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики: варіаційний ряд, порядкові статистики, емпірична функція розподілу, точкові та інтервальні розподіли, полігон частот, гістограма, кумулята, вибіркові моменти, коефіцієнт асиметрії, куртозис, вибіркові квантилі, мода, медана. Граничний розподіл теоретичних ймовірностей, теорема Глівенко-Кантеллі.	7	2	2			3						

Тема 2. Поняття незміщеності, слухності, ефективності, асимптотичної нормальності оцінок параметрів розподілу. Методи побудови оцінок параметрів: метод моментів, метод найбільшої правдоподібності. Теорема Рао-Крамера.	11	4	4			3						
Тема 3. Довірчий інтервал. Довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу. Загальні методи побудови довірчих інтервалів.	17	4	4			9						
Усього за розділом 1	35	10	10			15						
Розділ 2. Статистична перевірка гіпотез.												
Тема 1. Загальна схема перевірки статистичних гіпотез, критерій, критична область, рівень значущості критерія. Лема Неймана-Пірсона, перевірка гіпотез про параметри нормального розподілу.	7	2	2			3						
Тема 2. Перевірка гіпотез про вид розподілу. Критерій хі-квадрат Пірсона. Критерій Пірсона для перевірки параметричних гіпотез.	7	2	2			3						
Тема 3. Критерії однорідності. Критерій Фішера для перевірки рівності дисперсій нормальних розподілів. Критерій	11	4	4			3						

Стюдента для перевірки рівності математичних сподівань нормальних розподілів. Перевірка гіпотез про рівність розподілів: Критерій Вілкоксона та Манна-Вітні.												
Тема 4. Перевірка непараметричних гіпотез. Оцінка достовірності зсуву в значеннях досліджуваної ознаки: критерій знаків, Т-критерій Вілкоксона, однофакторний дисперсійний аналіз. Критерій однорідності Колмогорова-Смірнова.	11	4	4			3						
Тема 5. Перевірка гіпотез про незалежність ознак: коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кенделла. Коефіцієнт кореляції Пірсона. Таблиці спряженості.	13	2	2			9						
Усього за розділом 2	49	14	14			21						
Розділ 3. Теорія регресії та кореляції.												
Тема 1. Лінійна парна регресія. Коефіцієнт кореляції. Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку.	7	2	2			3						

Тема 2. Розподіл оцінок параметрів лінійної регресії. Довірчі інтервали для коефіцієнтів лінійної регресії. Теорема Гаусса-Маркова. Перевірка значущості параметрів зв'язку та моделі регресії.	7	2	2			3						
Тема 3. Бінарна регресія. Критерій Вальда.	22	4	4			14						
Усього за розділом 3	36	8	8			20						
Усього годин	120	32	32			56						

5. Тематики практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики. Побудова розподілів та діаграм в Microsoft Excel.	2
2	Точкові оцінки параметрів.	4
3	Інтервальні оцінки параметрів. Побудова довірчих інтервалів для вибіркового середнього та середнього квадратичного відхилення нормального розподілу. Основні розподіли в Microsoft Excel.	4
4	Перевірка гіпотез. Перевірка гіпотези про параметри нормального розподілу.	2
5	Перевірка гіпотез про вид розподілу. Критерій χ^2 -квадрат Пірсона. Критерій Пірсона для перевірки параметричних гіпотез.	2
6	Критерій Фішера для перевірки рівності дисперсій нормальних розподілів. Критерій Стюдента для перевірки рівності математичних сподівань нормальних розподілів. Перевірка гіпотез про рівність розподілів: Критерій Вілкоксона та Манна-Вітні.	4
7	Критерій знаків, Т-критерій Вілкоксона, однофакторний дисперсійний аналіз. Критерій однорідності Колмогорова-Смірнова.	4
8	Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кенделла. Коефіцієнт кореляції Пірсона. Таблиці спряженості.	2
9	Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку парної лінійної регресії. Регресійний аналіз, діаграма розсіювання з графіком регресії в Microsoft Excel.	2
10	Загальна лінійна регресія. Довірчі інтервали для коефіцієнтів	2

	лінійної регресії. Перевірка значущості параметрів зв'язку та моделі регресії.	
11	Бінарна регресія. Критерій Вальда.	2
12	Контрольна робота.	2
	Усього годин	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин	Форма контролю
1	Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики.[2], 3.1-3.5.1	3	К.р. Роз.-граф. р. 1 екзамен
2	Точкові оцінки параметрів. [2], 3.5.2	3	К.р. Роз.-граф. р. 1 екзамен
3	Інтервальні оцінки параметрів. [2], 3.6, 3.7, 3.11	3	К.р. Роз.-граф. р. 1 екзамен
4	Виконання розрахунково-графічної роботи 1	6	Роз.-граф. р. 1
5	Лема Неймана-Пірсона. Перевірка гіпотези про параметри нормального розподілу. [2], 3.12, 3.17	3	К.р. Роз.-граф. р. 2 екзамен
6	Перевірка гіпотез про вид розподілу. Критерій хі-квадрат Пірсона. [2], 3.15	3	К.р. Роз.-граф. р. 2 екзамен
7	Критерій Фішера для перевірки рівності дисперсій нормальних розподілів. Критерій Стюдента для перевірки рівності математичних сподівань нормальних розподілів. Перевірка гіпотез про рівність розподілів: Критерій Вілкоксона та Манна-Вітні. [2], 3.10, 3.14, 3.16.2	3	К.р. Роз.-граф. р. 2 екзамен
8	Критерій знаків, Т-критерій Вілкоксона, однофакторний дисперсійний аналіз. Критерій однорідності Колмогорова-Смірнова. [2], 3.13,3.18.4.	3	К.р. Роз.-граф. р. 2 екзамен
9	Коефіцієнти рангової кореляції Спірмена та Кенделла. Коефіцієнт кореляції Пірсона. Таблиці спряженості. [2], 3.14.4	3	К.р. Роз.-граф. р. 2

			екзамен
10	Виконання розрахунково-графічної роботи 2	6	Роз.-граф. р. 2
11	Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку парної лінійної регресії. [2], 3.18.2	3	К.р. Роз.-граф. р. 3 екзамен
12	Загальна лінійна регресія. Довірчі інтервали для коефіцієнтів лінійної регресії. Перевірка значущості параметрів зв'язку та моделі регресії. [2], 3.18.1	3	К.р. Роз.-граф. р. 3 екзамен
13	Бінарна регресія. Критерій Вальда. [1], 16.4	3	К.р. Роз.-граф. р. 3 екзамен
14	Виконання розрахунково-графічної роботи 3	6	Роз.-граф. р. 3
15	Підготовка до екзамену	5	екзамен
	Усього годин	56	

6. Індивідуальні завдання

Розрахункові-графічні роботи (3).

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольні роботи, розрахунково-графічні роботи) методи.

8. Методи контролю

Поточний контроль: контрольні роботи (1), розрахунково-графічні роботи (3).

Підсумковий контроль: екзамен.

9. Схема нарахування балів

Контрольна робота	Розрахунково- графічна робота 1	Розрахунково- графічна робота 2	Розрахунково- графічна робота 3	Екзамен	Сума
Розділ 1-3	Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Розділ 1-3	
20	10	20	10	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Контрольна робота включає 20 тестових теоретичних і практичних завдань по 1 балу кожне і оцінюється максимум у 20 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Розрахунково-графічна робота 1 включає 2 завдань по 5 балів кожне і оцінюється максимум у 10 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Розрахунково-графічна робота 2 включає 4 завдання по 5 балів кожне і оцінюється максимум у 20 відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Розрахунково-графічна робота 3 включає 2 завдань по 5 балів кожне і оцінюється максимум у 10 балів відповідно до правильності та повноти розв'язання.

Екзаменаційний білет складається з 5 завдань по 8 балів кожне.

Максимальну кількість балів за відповідь можна отримати, якщо виконати завдання з повним поясненням і посиланнями на відповідні твердження. Якщо студент правильно описав ідею, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то він отримує максимум 5 балів за завдання. У випадку, коли студент зробив помилки або не зміг пояснити ідею, він отримує максимум 3 бали. Незначні арифметичні помилки, які якісно не вплинули на результат, не впливають на кількість балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
90-100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.- метод. посібник: У 2-х ч. — Ч. II. Математична статистика. — К.: КНЕУ, 2001.
2. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. - К.: ВПЦ "Київський університет", 2007.
2. Maurice G. Kendall, Alan Stuart, The Advanced Theory of Statistics. – Hufner Publishing House, 1964.

Допоміжна література

1. Чорней Р.К. та ін., Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики. – К.: МАУП, 2003.
2. Brownlee, K. A.: Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering. – JohnWiley & Sons, New York, 1965.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://mathworld.wolfram.com/topics.html>