

**Програма атестаційного екзамену
зі спеціальності «математика»
освітній рівень: магістр (освітньо-наукова програма «математика»)
2020/2021 навчальний рік**

Нормативні навчальні дисципліни:

Алгебра II

1. Структурна теорема для скінченнопороджених модулів над кільцями головних ідеалів.
2. Китайська теорема про лишки для кілець головних ідеалів.
3. Тензорний добуток модулів над комутативним кільцем: єдиність та існування.
4. Алгебраїчні і трансцендентні елементи відносно розширення полів.
5. Будова розширення, породженого одним елементом.
6. Скінченні розширення полів. Мультиплікативність степеня розширення.
7. Будова скінченних полів.

Функціональний аналіз II

1. Фактор-простір нормованого простору. Фактор-відображення. Ін'єктивізація лінійного оператора.
2. Спряжений оператор. Властивості. Зв'язок між властивостями вихідного оператора та спряженого до нього.
3. Спектр і власні числа. Властивості спектра лінійного неперервного оператора.
4. Спектральна теорема для компактних операторів у банаховому просторі.
5. Теорема про структуру спектра самоспряженого оператора та її наслідки.

Диференціальна геометрія многовидів

1. Топологічні многовиди. Карти і атласи. Гладкі многовиди і гладкі структури. Приклади гладких многовидів. Гладкі відображення.
2. Дотичні вектори і дотичний простір гладкого многовиду. Дотичний простір і локальні координати. Дотичний вектор кривої. Диференціал гладкого відображення.
3. Ріманова метрика, рімановий многовид. Перша фундаментальна форма підмноговиду. Приклади. Довжина кусково гладкої кривої на рімановому многовиді і її властивості. Кут між кривими. Форма об'єму і об'єм області.
4. Афінна зв'язність. Ріманова зв'язність (Леві-Чівіта). Формула Кошуля, існування і єдиність ріманової зв'язності. Геодезичні на рімановому многовиді.
5. Оператор кривини та його властивості. Тензор Рімана. Секційна кривина. Тензор Річчі. Варіації, перша та друга варіації довжини геодезичної. Теорема Майєрса.

Комплексний аналіз II

1. Теорема Фрагмена-Лінделефа (формулювання).
2. Формула Йенсена (формулювання та доведення).
3. Порядок і тип цілої функції, порядок і тип її послідовності нулів, клас збіжності нулів.

Рівняння з частинними похідними

1. Означення просторів Соболева цілих порядків. Теорема Реліха.
2. Означення сліду для функцій з H^1 в обмеженій області. Теорема про слід.
3. Теорема Лакса-Мільграма. Застосування до доведення розв'язності еліптичних задач.
4. Метод Гальоркіна для параболічних та гіперболічних рівнянь.

Вибіркові навчальні дисципліни:

Топологічні векторні простори

1. Границі по фільтру. Граничні точки. Критерії компактності в термінах фільтрів.
2. Означення топологічного векторного простору. Властивості околів нуля.
3. Критерії неперервності лінійного функціонала на топологічному векторному просторі.
4. Інтерполяційна теорема Ейдельгейта та її застосування.

Групи Лі та однорідні простори

1. Групи Лі. Основні приклади матричних груп Лі. Лівоінваріантні поля та експоненціальне відображення.
2. Дужка Лі. Алгебри Лі, алгебра Лі групи Лі. Приклади.
3. Лівоінваріантні та біінваріантні метрики на групі Лі, ріманова зв'язність та кривина інваріантних метрик.
4. Однорідний простір групи Лі, однорідний ріманів простор. Секційні кривини однорідного простору. Симетричні простори.

Математичні задачі кінетичної теорії

1. Закони зіткнення для моделі твердих куль.
2. Вираз гідродинамічних параметрів через функцію розподілу.
3. Вираз максвеліанів через гідродинамічні параметри.
4. Загальні властивості рівняння Больцмана. Теорема 1.