

**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни

**Вступ до обернених задач спектрального аналізу**  
вид дисципліни **за вибором**

рівень вищої освіти **бакалавр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**;  
спеціальність **111 – Математика**; освітня програма **«Математика»**; факультет  
**математики і інформатики**

РОЗРОБНИК: **ШЕПЕЛЬСЬКИЙ Дмитро Георгійович** д.ф.-м.н., старший науковий  
співробітник, професор кафедри фундаментальної математики

### 1. Опис навчальної дисципліни

**Метою** викладання навчальної дисципліни є ознайомлення майбутніх бакалаврів зі спектральною теорією операторів на прикладі диференціального оператора Штурма-Ліувілля та скінченно-різницевого оператора Якобі.

**Основними завданнями** вивчення дисципліни є опанування основними методами дослідження диференціальних та різницевих операторів, включаючи дослідження спектру та прямої і оберненої спектральних задач для таких операторів.

**Кількість кредитів: 4**

**Загальна кількість годин: 120**

### 2. Тематичний план навчальної дисципліни

#### Розділ 1. Пряма та обернена спектральна задача для операторів Штурма-Ліувілля.

**Тема 1.** *Диференціальний оператор Штурма-Ліувілля: оцінки для фундаментальної системи.*

Загальна форма операторів другого порядку. Зведення до форми Штурма-Ліувілля. Крайові умови для задачі на скінченному інтервалі.

**Тема 2.** *Похідні Фреше розв'язків фундаментальної системи.*

Похідна Фреше операторів у бананових просторах. Похідна Фреше власних функцій оператора Штурма-Ліувілля відносно спектрального параметра. Похідна Фреше відносно потенціалу.

**Тема 3.** *Асимптотика власних значень та власних функцій.*

Характеристична функція спектральної задачі. Застосування теореми Руше до дослідження розподілу нулів характеристичної функції

**Тема 4.** *Крайові задачі для гіперболічних рівнянь.*

Гіперболічні рівняння, що виникають при побудові операторів перетворення. Задача Гурса. Задача Коші. Зведення до інтегральних рівнянь типу Вольтера

**Тема 5.** *Оператори перетворення.*

Інтегральний оператор Гельфанда-Левітана-Марченка. Зведення до задачі Гурса.

**Тема 6.** *Обернена задача для операторів Штурма-Ліувілля.*

Теорема єдиності відновлення потенціалу за двома спектрами. Теорема єдиності за одним спектром для симетричних потенціалів

## Розділ 2. Пряма та обернена спектральна задача для скінченних, напівнескінченних та нескінченних матриць Якобі.

**Тема 7.** Загальні властивості розв'язків рівняння Якобі на всій осі.

Дискретний вронскіан, властивості нулів розв'язків типу синус та косинус. Зв'язок з детермінантами скінченних матриць Якобі.

**Тема 8.** Пряма та обернена задачі спектрального аналізу для скінченної матриці Якобі.

Спектр і спектральна функція скінченної матриці Якобі. Ортогональні поліноми. Процес ортогоналізації Шміда. Обернена задача за спектральною функцією.

**Тема 9.** Обернена задача для скінченної матриці Якобі за двома спектрами.

Пряма задача: чергування точок дискретного спектра. Теорема єдиності.

**Тема 10.** Спектральна функція і функція Вейля на півосі.

Матриці операторнозначної міри і оператора резольвенти. Ортогональність многочленів. Спектральний аналіз матриці зі сталими елементами (незбурений дискретний Лапласіан на півосі).

**Тема 11.** Розв'язки Вейля і спектральна матриця задачі на осі.

Функції і розв'язки Вейля задач на півосях. Спектральний аналіз нескінченної матриці Якобі зі сталими елементами.

**Тема 12.** Періодична матриця Якобі періоду 2.

Розв'язки Флоке, спектр, додатковий спектр, розв'язання оберненої задачі.

## 3. Методи контролю

Лекційно-практичні. Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та ув умовах воєнного стану заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

#### 4. Рекомендована література

##### Основна

1. Kirsch A. An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems, Springer-Verlag, New York, 1996.
2. Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. – К.: Наук. думка, 1986.

##### Допоміжна

1. Poschel J., Trubowitz E., Inverse Spectral Theory.- Academic Press, London, 1987.
2. Teschl G. Jacobi Operators and Completely Integrable Nonlinear Lattices. – AMS, 2000
3. Марченко В. А. Введение в теорию обратных задач спектрального анализа. –Харьков:Акта, 2005

#### 5. Посилання на інформаційні ресурси

Wolfram Math World: <http://mathworld.wolfram.com/topics/PartialDifferentialEquations.html>

Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Differential\\_equation#Partial\\_differential\\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_equation#Partial_differential_equations)

MathOverflow: <http://mathoverflow.net/questions/tagged/differential-equations>