

# СИЛАБУС

навчальної дисципліни

## Основи теорії представлень

вид дисципліни: вибіркова

2022/2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **магістр**; галузь знань **11 – Математика та статистика**; спеціальність **111 – Математика**; освітня програма «**Математика**»; факультет **математики і інформатики**

РОЗРОБНИК: **КАРОЛІНСЬКИЙ Євген Олександрович**, доцент кафедри фундаментальної математики, кандидат фізико-математичних наук, доцент

### 1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни “Основи теорії представлень” є надання майбутнім фахівцям знань у галузі теорії представлень.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Основи теорії представлень” є навчання студентів теоретичним основам і методам теорії представлень та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.

**Кількість кредитів –5**

**Загальна кількість годин – 150**

### 2. Тематичний план навчальної дисципліни

#### Розділ 1. Представлення асоціативних алгебр.

Тема 1. Представлення асоціативних алгебр.

1. Поняття представлення. Представлення груп, алгебр Лі, сагайдаків. Приклади.
2. Асоціативні алгебри. Представлення асоціативних алгебр. Мова модулів. Приклади.
3. Алгебра сагайдака. Представлення сагайдаків мовою асоціативних алгебр. Приклади.
4. Підпредставлення (= підмодулі), морфізми (= сплітаючі оператори), факторпредставлення (= фактормодулі). Незвідність (= простота) і нерозкладність. Лема Шура. Приклади.
5. Ідеали та факторалгебри. Завдання алгебр твірними та співвідношеннями. Приклади.
6. Представлення алгебри Лі  $sl(2)$ .
7. Тензорні добутки. Канонічні ізоморфізми.
8. Цілком звідні представлення (= напівпрості модулі). Однозначність розкладання на незвідні компоненти. Числа сплетення. Ізотипічні компоненти.
9. Теореми щільності.
10. Прямі суми матричних алгебр та їх представлення.
11. Радикал скінченновимірної алгебри. Напівпрості алгебри та їх представлення.
12. Характери представлень алгебри.
13. Композиційні ряди. Теорема Жордана-Гельдера.
14. Теорема Крулля-Шмідта.

#### Розділ 2. Представлення скінченних груп.

Тема 2. Представлення скінченних груп.

15. Представлення скінченних груп. Теорема Машке про напівпростоту групової алгебри.
16. Представлення скінченних абелевих груп. Гармонічний аналіз на скінченних абелевих групах.

17. Характери представлень скінченних груп. Число незвідних представлень і число класів спряженості.
18. Двоїсте представлення. Тензорний добуток представлень груп.
19. Співвідношення ортогональності для характерів представлень скінченних груп.
20. Обчислення таблиць характерів. Приклади.
21. Алгебраїчні та цілі алгебраїчні числа.
22. Теорема Фробеніуса про подільність.
23. Теорема Бернсайда про розв'язні групи.
24. Представлення симетричних груп.

### 3. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### 4. Методи контролю

поточний семестровий (виконання домашніх завдань); перевірка контрольної роботи; підсумковий контроль – екзамен

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотиривимірної шкали оцінювання	для двовимірної шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70 – 89	добре	
50 – 69	задовільно	
1 – 49	незадовільно	не зараховано

### 5. Рекомендована література

#### Основна література

1. P. Etingof et al. Introduction to representation theory. AMS

#### Допоміжна література

1. Serge Lang, Algebra. Graduate Texts in Mathematics (GTM, volume 211), 2002

### 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<https://mathworld.wolfram.com/topics/RepresentationTheory.html>