

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“ 13 ” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

Геометрія підмногovidів

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2024/2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Петров Євген В'ячеславович – кандидат фізико-математичних наук,
старший викладач кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

Протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)

програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики
протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Геометрія підмноговидів” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальність 111 – Математика** освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Геометрія підмноговидів” є ознайомлення з базовими конструкціями топології та геометрії підмноговидів у ріманових просторах.

1.2 Основними завданнями вивчення дисципліни “Геометрія підмноговидів” є оволодіння методами дослідження підмноговидів.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин - 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
8-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання.

У результаті вивчення даного курсу студент повинен знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв’язування професійних задач, а саме:

знати :

- Основні поняття диференціальної топології: гладкий многовид, гладке відображення, дотичний простір, векторне поле, тензорне поле, диференціал відображення, субмерсія, занурення, вкладення, занурений та вкладений підмноговид, орієнтовний підмноговид. Основні теореми: теорема Сарда, теореми про вкладення, в тому числі теорема Уїтні.
- Основні поняття та результати диференціальної геометрії підмноговидів: перша та друга фундаментальні форми, індукована зв’язність, нормальна зв’язність, середня кривина, розкладення Гаусса та Вайнгартена, формули Гаусса, Кодацці, Річчі у загальному випадку та у випадках гіперповерхні, поверхні, підмноговидів у просто-

рах постійної кривини. Фундаментальна теорема для підмноговидів просторів постійної кривини.

-Означення та властивості основних класів підмноговидів: цілком геодезичних, цілком омбілічних, з паралельним векторним полем середньої кривини, мінімальних. Зокрема, перша та друга варіації об'єму підмноговиду, характеристика мінімальних підмноговидів, стійкість.

- Основні властивості опуклих гіперповерхонь евклідового простору.

уміти :

- Доводити, що дане відображення многовидів є вкладенням або зануренням.
- Обчислювати першу та другу фундаментальні форми, індуковану та нормальну зв'язності, середню кривину.
- Означати, чи є даний підмноговид цілком геодезичним, цілком омбілічним, з паралельним векторним полем середньої кривини, мінімальним.
- Застосовувати формули Гаусса, Кодацці, Річчі до вирішення задач.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні поняття топології та геометрії підмноговидів

Тема 1. Основні поняття диференціальної топології

- Гладкий многовид, гладке відображення, дотичний простір, гладке відображення, диференціал відображення.
- Векторне поле, дужка Лі. Тензорне поле, диференційні форми.
- Субмерсія, занурення, вкладення, занурений та вкладений підмноговид. Приклади. Теорема Фробеніуса.
- Орієнтація.
- Теорема Сарда, теореми про вкладення, в тому числі теорема Уїтні.

Тема 2. Індукована метрика та зв'язність

- Ізометричні відображення.
- Перша фундаментальна форма підмноговиду.
- Індукована зв'язність, друга фундаментальна форма підмноговиду, розкладення Гаусса.
- Нормальна зв'язність, оператор Вайнгартена, розкладення Вайнгартена
- Поле середньої кривини. Приклади обчислення.

Тема 3. Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі

- Рівняння Гаусса у загальному випадку та у випадках гіперповерхні, поверхні, підмноговидів у просторах постійної кривини.
- Рівняння Кодацці у загальному та часткових випадках.
- Рівняння Річчі у загальному та часткових випадках.
- Векторні розшарування.
- Фундаментальна теорема для підмноговидів просторів постійної кривини.

Розділ 2. Класифікація підмноговидів та підмноговиди евклідового простору

Тема 1. Основні класи підмноговидів

- Цілком геодезичні підмноговиди.
- Цілком омбілічні підмноговиди.
- Аксиоми площин та сфер Картана.

Тема 2. Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини

- Мінімальний підмноговид, означення, приклади.
- Перша та друга варіації об'єму.
- Стійкість мінімальних підмноговидів. Критерії. Поля Якобі.
- Підмноговиди з паралельним векторним полем середньої кривини.
- Поверхні постійної кривини. Стійкість.

Тема 3. Гіперповерхні евклідового простору

- Цілком омбілічні гіперповерхні.
- Ейнштейнові гіперповерхні.
- Опуклі гіперповерхні.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Основні поняття топології та геометрії підмноговидів												
Основні поняття диференціальної топології	17	6	6			5						
Індукована метрика та зв'язність	17	6	6			5						
Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі	13	4	4			5						
Разом за розділом 1	47	16	16			15						
Розділ 2. Класифікація підмноговидів та підмноговиди евклідового простору												
Основні класи підмноговидів	18	4	4			10						
Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини	20	6	4			10						
Гіперповерхні евклідового простору	15	6	4			5						
Разом за розділом 2	53	16	12			25						
Контрольна робота	2		2									
Підготовка до заліку	18		2			16						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ п\п	Назва теми	Кількість годин
1	Основні поняття диференціальної топології	6
2	Індукована метрика та зв'язність	6
3	Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі	4
4	Основні класи підмноговидів	4
5	Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини	4
6	Гіперповерхні евклідового простору	4
7	Контрольна робота	2
8	Підготовка до заліку	2
Разом		32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
Розв'язання задач з домашнього завдання:		
1	Основні поняття диференціальної топології	5
2	Індукована метрика та зв'язність	5
3	Рівняння Гаусса, Кодацці та Річчі	5
4	Основні класи підмноговидів	10
5	Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини	10
6	Гіперповерхні евклідового простору	5
7	Підготовка до заліку	16
Разом		56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

8. Методи контролю

Опитування, контрольна робота (1), залік.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота						Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Залік	Сума
Розділ 1			Розділ 2						
T1	T2	T3	T1	T2	T3				
5	10	5	10	5	5	20	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

1. M. Dajczer. Submanifolds and isometric immersions. – Publish or Perish, 1990.
2. M. Dajczer, R. Tojeiro. Submanifold theory. Beyond an introduction. – Springer, 2019.
3. B.-Y. Chen. Geometry of submanifolds and its applications. – Science University of Tokyo, 1981.

Допоміжна література

Тема “Основні поняття диференціальної топології”

1. V. Guillemin, A. Pollack. Differential Topology. – AMS, 1974.
2. M. Hirsch. Differential Topology. – Springer, 1976.
3. J. Milnor. Topology from the Differentiable Viewpoint. – Princeton University Press, 1965.

Тема “Індукована метрика та зв’язність”

1. S. Kobayashi, K. Nomizu. Foundations of Differential Geometry. – Wiley, 1996.

Тема “Мінімальні підмноговиди та підмноговиди з паралельним полем середньої кривини”

1. T.H. Colding, W.P. Minicozzi II. A Course in Minimal Surfaces. – AMS, 2011.
2. K. Kenmotsu. Surfaces with constant mean curvature. – AMS, 2003.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернет, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://puremath.univer.kharkov.ua/~petrov>