

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра **фундаментальної математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ  
“ 08 ” 2024 р.



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Комплексний аналіз-II**

рівень вищої освіти **другий(магістерський)**  
галузь знань **11 – Математика та статистика**  
спеціальність **111 – Математика**  
освітня програма **«Математика»**  
вид дисципліни **обов’язкова**  
факультет **математики і інформатики**

2024/2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

протокол від 27 серпня 2024 року № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Фаворов Сергій Юрійович, доктор фізико-математичних наук, професор,  
професор кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики  
протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)  
програми

Вячеслав ГОРДЕВСЬКИЙ



Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики  
протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни « **Комплексний аналіз -- II**» складена відповідно до освітньо-професійної підготовки « **магістр**» спеціальності **111 – Математика** освітня програма «**Математика**»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1 Метою викладання навчальної дисципліни «**Комплексний аналіз II**» є надання майбутнім фахівцям знань у галузі сучасного комплексного аналізу.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.

1.3. Кількість кредитів – 7

1.4. Загальна кількість годин – 210

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>1-й</b>	
Семестр	
<b>2-й</b>	
Лекції	
<b>32 год.</b>	
Практичні, семінарські заняття	
<b>32 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>146 год.</b>	
у тому числі індивідуальні завдання	
розрахунково-графічна робота (1)	

1.6. Заплановані результати навчання:

#### **Знати:**

- похідні для комплекснозначних функцій, їх геометричний сенс;
- означення голоморфних функцій;
- теорему Коші; інтегральну формулу Коші;
- властивості нулів голоморфних функцій;
- теорема єдності для голоморфних функцій;
- означення порядку та типу цілих функцій;
- означення порядку і типу послідовностей нулів;

- повний опис нулів функцій експоненціального типу;
- узагальнений принцип максимуму модуля та теореми Фрагмена-Ліндельофа;
- теореми Вейерштрасса та Адамара про розвинення цілих функцій у нескінченний добуток;
- умови конформної еквівалентності областей;
- зв'язок між зростанням перетворення Фур'є фінітної функції та розміром її носія;
- формулу Котельникова;
- формули Сохоцького;
- формули для вирішення задачі Гільберта-Привалова.

**Уміти :**

- знаходити порядок та тип цілої функції, в тому числі через її коефіцієнти;
- знаходити порядок та тип послідовності нулів;
- писати розклад цілої функції в добуток її коренів за Адамаром;
- використовувати різноманітні теореми Фрагмена-Ліндельофа;
- знаходити індекс задачі Гільберта-Привалова.

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Голоморфні та цілі функції.**

#### **Тема 1. Основні відомості з курсу "Комплексний аналіз - I"**

1. Функції комплексної змінної, похідна.
2. Теорема Коші, формула Коші.
3. Теорема Вейерштрасса та степеневі ряди.
4. Нулі голоморфних функцій та їх властивост.
5. Ізольовані особливості та лишки.

#### **Тема 2. Порядок зростання цілих функцій та їх нулів**

1. Порядок та тип цілої функції
2. Зв'язок з коефіцієнтами степеневого ряду.
3. Теорема Йєнсена.
4. Порядок та тип послідовності нулів, клас збіжності послідовності нулів.
5. Теорема Адамара.

#### **Тема 3. Цілі функції експоненціального зростання**

1. Теорема Ліндельофа для функцій експоненціального зростання.
2. Необхідні та достатні умови для нулів функцій експоненціального зростання.

#### **Тема 4. Теореми Фрагмена-Ліндельофа**

1. Узагальнений принцип максимуму.
2. Теореми Фрагмена-Ліндельофа для кута.
3. Теореми Фрагмена-Ліндельофа для смуги.
4. Теореми Фрагмена-Ліндельофа для на півплощині.

**Розділ 2. Теореми комплексного аналізу, що мають численні застосування**  
**Тема 5. Теорема Вінера-Пелі**

1. Формулювання теореми і її обговорення.
2. Доведення теореми.
3. Наслідки.

**Тема 6. Теорема Рімана про конформні відображення**

1. Компактні сім'ї голоморфних функцій. Теорема Монтеля.
2. Формулювання теореми Рімана та єдність.
3. Доведення теореми Рімана.

**Тема 7. Теорема Котельнікова**

1. Допоміжна лема.
2. Доведення формули Котельнікова.
3. Єдність.

**Розділ 3. Крайові задачі теорії функцій**

**Тема 8. Інтеграл типу Коші**

1. Особливий інтеграл типу Коші.
2. Формули Сохоцького.
3. Умови, за якими функція має аналітичне продовження в область з її межі.

**Тема 9. Задача Гільберта-Привалова**

1. Випадок однорідної задачі з нульовим індексом
2. Випадок однорідної задачі з ненульовим індексом
3. Неоднорідна задача
4. Задача Рімана-Гільберта.

**3. Структура навчальної дисципліни**

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Голоморфні та цілі функції</b>												
Основні відомості з курсу "Комплексний аналіз - I"	16	2	2			12						

Порядок зростання цілих функцій та їх нулів	28	6	6		16						
Цілі функції експоненціального зростання	22	4	4		14						
Теореми Фрагмена-Ліндельофа	22	4	4		14						
<i>Разом за розділом 1</i>	88	16	16		56						
<b>Розділ 2. Теореми комплексного аналізу, що мають численні застосування</b>											
Теорема Вінера-Пелі	26	4	4		18						
Теорема Рімана	24	3	3		18						
Теорема Котельнікова	22	3	3		16						
<i>Разом за розділом 2</i>	72	10	10		52						
<b>Розділ 3. Крайові задачі теорії функцій</b>											
Інтеграл типу Коши.	22	2	2		18						
Задача Гільберта-Привалова	28	4	4		20						
<i>Разом за розділом 3</i>	50	6	6		38						
<b>Усього годин</b>	<b>210</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>146</b>						

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Основні відомості з курсу "Комплексний аналіз - I"	2
2	Порядок зростання цілих функцій та їх нулів	4
3	Цілі функції експоненціального зростання	4
4	Теореми Фрагмена-Ліндельофа	4
5	Теорема Вінера-Пелі	4
6	Теорема Рімана	3
7	Теорема Котельнікова	3
8	Інтеграл типу Коши.	2
9	Задача Гільберта-Привалова	4
10.	Контрольна робота.	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Робота над розрахунково-графічною роботою та домашніми завданнями протягом семестру, що відповідають темам практичних занять:	

1	Основні відомості з курсу "Комплексний аналіз - I" (Домашнє завдання)	12
2	Порядок зростання цілих функцій та їх нулів	16
3	Цілі функції експоненціального зростання (Домашнє завдання)	14
4	Теореми Фрагмена-Ліндельофа	14
5	Теорема Вінера-Пелі (Домашнє завдання)	18
6	Теорема Рімана (Домашнє завдання)	18
7	Теорема Котельнікова	16
8	Інтеграл типу Коші (Розрахунково-графічна робота).	18
9	Задача Гільберта-Привалова	20
	<b>Разом</b>	<b>146</b>

### 6.Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічна робота (1)

### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна).

### 8. Методи контролю

Поточний контроль – опитування; контрольна робота (1); розрахунково-графічна робота; підсумковий контроль – екзамен.

### 9.Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота			Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Розрахунково-графічна робота	Разом	Екзамен	Сума
Теми 1-4	Теми 5-7	Теми 8-9					
10	15	15	10	10	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання

Оцінка		Пояснення
в балах	за національною шкалою	
90–100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70–89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі

		навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
5--69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

## 10. Рекомендована література

### Рекомендована література Базова література

1. Shabat B. V., Introduction to complex analysis. V.1, American Mathematical Society, 1992
2. Lavrentev M.A., Shabat B.V. Methods of the theory of function of complex variable. 1987, 544 p.
3. Koosis P. The logarithmic integral, p.1. Cambridge University Press, 1988.

### Допоміжна література

1. Alfors L. Complex analysis. N.J., "Kluwer", 1981.
2. Levin B. Distribution of Zeros of Entire Functions, AMS Translations of Mathematical Monographs 1964; 523 pp