

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-
педагогічної роботи

Олександр ГОЛОВКО

“ _____ ” _____ 2022 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Диференціальна геометрія II

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **вибіркова**

факультет **математики і інформатики**

2022 / 2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2022 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Професор кафедри фундаментальної математики, доктор фізико-математичних наук,
професор ЯМПОЛЬСЬКИЙ Олександр Леонідович**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
Протокол № 1 від 26 серпня 2022 року.

Завідувач кафедри



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики
протокол № 1 від 29 серпня 2022 року.

Голова науково-методичної комісії

Ольга АНОЩЕНКО

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни **Диференціальна геометрія II** складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111 – Математика** освітня програма **«Математика»**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни “Диференціальна геометрія II” полягає в оволодінні основами диференціальної геометрії підмноговидів у 3-вимірному евклідовому просторі та елементів ріманової геометрії

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни “Диференціальна геометрія” полягають у послідовному застосуванні методів математичного аналізу, лінійної алгебри та топології для вивчення внутрішніх та зовнішніх властивостей поверхонь у Евклідовому просторі

Кількість кредитів – **4**

Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
5-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання (1)	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

знати :

- теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв’язування професійних задач (ПРН14.)
- Умови існування спеціальних систем координат
- Будову поверхні обертаня сталої кривини
- Будову поверхні, що розгортається
- Екстремальні властивості геодезичних ліній
- Означення мінімальної поверхні та будову спеціальних класів мінімальних поверхонь
- Означення коваріантного диференціалу векторного поля та паралельного переносу вектора уздовж кривої
- Формулу Гауса-Бонне;
- Означення тензора;
- Означення коваріантної похідної тензора;
- Означення тензора кривини, тензора Річі, скалярної кривини;

уміти :

- Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (ПРН10.)
- Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (ПРН11)
- Обчислювати символи Кристофеля 1 на 2 роду
- Обчислювати Гаусову кривину через першу фундаментальну форму;
- Обчислювати коваріантний диференціал та коваріантну похідну векторного поля;
- Обчислювати дивергенцію векторного поля та лапласіан функції в криволінійних координатах;
- Обчислювати тензор кривини Ріманова многовиду за формулою Кошуля.

Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Спеціальні класи поверхонь.

Тема 1. Спеціальні координатні системи на поверхнях

Ортогональні координатні сітки; Координати з ліній кривини; Третя фундаментальна форма поверхні та теорема Бельтрамі-Еннепера; Асимптотична координатна сітка; Чебишевська координатна сітка; Напівгеодезичні декартові координати; Лема Гауса та напівгеодезичні полярні координати; Геодезичні як локально найкоротші.

Тема 2. Поверхні сталої гаусової кривини

Метрики сталої кривини, теорема Міндінга; Будова поверхні нульової кривини; Теорема Гільберта; Теорема Лібмана.

Тема 3. Мінімальні поверхні.

Варіація довжини кривої; Геодезичні як екстремалі функціонала довжини; Варіація площі поверхні; Мінімальні поверхні; Гелікоїд, катеноїд та поверхня Шерка як єдині мінімальні поверхні в своїх класах.

Розділ 2. Елементи внутрішньої геометрії поверхонь і многовидів.

Тема 1. Формула Гауса-Бонне.

Абсолютний (коваріантний) диференціал векторного поля; Паралельні векторні поля на поверхнях; Паралельні векторні поля уздовж кривої. Паралельний перенос вектору уздовж замкнутого контуру; Формула Гауса-Бонне; Інтегральна формула Гауса; Теорема Якобі.

Тема 2. Тензори в диференціальній геометрії.

Алгебраїчні операції над тензорами; Диференціювання тензора; Диференціально-геометрична зв'язність; Тензор кривини; Тензор Річчі і скалярна кривина; Диференціальні параметри Бельтрамі; Лапласіан, дивергенція, ротор.

2. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Спеціальні класи поверхонь												
Тема 1. Спеціальні координатні системи на поверхнях	24	6	6			12						
Тема 2. Поверхні сталої гаусової кривини	24	6	6			12						

Тема 3. Мінімальні поверхні	24	6	6			12						
Разом за розділом 1	72	18	18			36						
Розділ 2. Елементи внутрішньої геометрії поверхонь і многовидів												
Тема 1. Формула Гауса-Бонне	22	6	6			10						
Тема 2 Тензори в диференціальній геометрії.	26	8	8			10						
Разом за розділом 2	48	14	14			20						
	120	32	32			56						

3. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Ортогональні координатні сітки; Координати з ліній кривини;	2
2	Третя фундаментальна форма поверхні;	2
3	Асимптотична координатна сітка;	2
4	Напівгеодезичні декартові координати;	2
5	Напівгеодезичні полярні координати;	2
6	Геодезичні лінії на різних класах поверхонь;	2
7	Мінімальні поверхні;	2
8	Абсолютний (коваріантний) диференціал векторного поля;	2
9	Паралельні векторні поля уздовж кривої.	2
10	Паралельний перенос вектору уздовж замкненого контуру;	2
11	Формула Гауса-Бонне;	2
12	Алгебраїчні операції над тензорами;	2
13	Диференціювання тензора;	2
14	Диференціально-геометрична зв'язність;	2
15	Тензор кривини; Тензор Річчі і скалярна кривина;	2
16	Диференціальні параметри Бельтрамі; Лапласіан, дивергенція, ротор.	4
	<i>Разом</i>	34

4. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Ортогональні координатні сітки; Координати з ліній кривини;	2
2	Третя фундаментальна форма поверхні;	2
3	Асимптотична координатна сітка;	4
4	Напівгеодезичні декартові координати;	2

5	Напівгеодезичні полярні координати;	2
6	Геодезичні лінії на різних класах поверхонь;	4
7	Мінімальні поверхні;	4
8	Абсолютний (коваріантний) диференціал векторного поля;	4
9	Паралельні векторні поля уздовж кривої.	4
10	Паралельний перенос вектору уздовж замкненого контуру;	4
11	Формула Гауса-Бонне;	4
12	Алгебраїчні операції над тензорами;	4
13	Диференціювання тензора;	4
14	Диференціально-геометрична зв'язність;	4
15	Тензор кривини; Тензор Річчі і скалярна кривина;	4
16	Диференціальні параметри Бельтрамі; Лапласіан, дивергенція, ротор.	4
	<i>Разом</i>	56

5. Індивідуальні завдання

Залікове завдання з тензорного аналізу.

6. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MEET) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

7. Методи контролю

- 1) поточний семестровий (виконання домашніх завдань); перевірка індивідуального завдання, контрольної роботи
- 2) підсумковий залік.

8. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Сума			
Розділ 1			Розділ 2		Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Колоквіум	Індивідуальне завдання	
T1	T2	T3	T1	T2				
10	10	10	10	10	10	20	20	100

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.

70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотиривимірної шкали оцінювання	для двовимірної шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

Рекомендована література

1. Борисенко О. А. Диференціальна геометрія і топологія. Основа, 1995 р.
2. Aminov Yuri. Differential Geometry and Topology of Curves. Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam, 2000
3. Pogorelov A.V. Differential Geometry. P. Noordhoff, 1960

Допоміжна література

1. Ямпольський О.Л. Диференціальна геометрія. Базовий курс лекцій. / Електронний конспект