

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



Сергій 2025 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

Основи теорії представлень

рівень вищої освіти **перший (бакалаврський)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2025/2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики
26 серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Каролінський Євген Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
від 26 серпня 2025 року, протокол № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)

програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики
від 26 серпня 2025 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Основи теорії представлень” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111 – Математика** освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

- 1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Основи теорії представлень” є надання майбутнім фахівцям знань у галузі теорії представлень.
- 1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “Основи теорії представлень” є навчання студентів теоретичним основам і методам теорії представлень та застосуванню цих методів у інших математичних дисциплінах.
- 1.3. Кількість кредитів – **5**
- 1.4. Загальна кількість годин – **150**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
4-й	
Семестр	
8-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
86 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	
контрольні роботи (1)	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна:

ІК-01 Здатність розв’язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп’ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК-01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-03 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК-07 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

СК-01 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання.

СК-02 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі.

СК-04 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна:

ПРН.04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

ПРН.15 Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

1.8. Пререквізити: Елементи алгебри та теорії чисел, Лінійна алгебра, Загальна алгебра.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Представлення асоціативних алгебр.

Тема 1. Представлення асоціативних алгебр.

1. Поняття представлення. Представлення груп, алгебр Лі, сагайдаків. Приклади.
2. Асоціативні алгебри. Представлення асоціативних алгебр. Мова модулів. Приклади.
3. Алгебра сагайдака. Представлення сагайдаків мовою асоціативних алгебр. Приклади.
4. Підпредставлення (= підмодулі), морфізми (= сплітаючі оператори), факторпредставлення (= фактормодулі). Незвідність (= простота) і нерозкладність. Лема Шура. Приклади.
5. Ідеали та факторалгебри. Завдання алгебр твірними та співвідношеннями. Приклади.
6. Представлення алгебри Лі $sl(2)$.
7. Тензорні добутки. Канонічні ізоморфізми.
8. Цілком звідні представлення (= напівпрості модулі). Однозначність розкладання на незвідні компоненти. Числа сплетення. Ізотипічні компоненти.
9. Теорема щільності.
10. Прямі суми матричних алгебр та їх представлення.
11. Радикал скінченновимірної алгебри. Напівпрості алгебри та їх представлення.
12. Характери представлень алгебри.
13. Композиційні ряди. Теорема Жордана-Гельдера.
14. Теорема Крулля-Шмідта.

Розділ 2. Представлення скінченних груп.

Тема 2. Представлення скінченних груп.

15. Представлення скінченних груп. Теорема Машке про напівпростоту групової алгебри.
16. Представлення скінченних абелевих груп. Гармонічний аналіз на скінченних абелевих групах.
17. Характери представлень скінченних груп. Число незвідних представлень і число класів спряженості.
18. Двоїсте представлення. Тензорний добуток представлень груп.
19. Співвідношення ортогональності для характерів представлень скінченних груп.
20. Обчислення таблиць характерів. Приклади.
21. Алгебраїчні та цілі алгебраїчні числа.
22. Теорема Фробеніуса про подільність.
23. Теорема Бернсайда про розв'язні групи.
24. Представлення симетричних груп.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Представлення асоціативних алгебр												
Тема 1. Представлення асоціативних алгебр	94	20	20			54						
Разом за розділом 1	94	20	20			54						
Розділ 2. Представлення скінченних груп												
Тема 2. Представлення скінченних груп	56	12	12			32						
Разом за розділом 2	56	12	12			32						
Усього годин	150	32	32			86						

4. Темі семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Представлення асоціативних алгебр	20
2	Представлення скінченних груп	12
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами:	
1	Представлення асоціативних алгебр	54
2	Представлення скінченних груп	32
	Разом	86

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Використовуються пояснювально-ілюстративний (лекції і практичні заняття), репродуктивний (виконання домашніх завдань) і частково-пошуковий (контрольні роботи) методи.

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна).

8. Методи контролю

- 1) поточний семестровий (виконання домашніх завдань); перевірка контрольної роботи;
- 2) залік.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота		Контрольна робота	Разом	Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2	20	60	40	100
20	20				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1 – 49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70 – 89	
50 – 69	
1 – 49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. P. Etingof et al. Introduction to representation theory. – AMS, 2011.

Допоміжна література

1. Ю. Дрозд. Вступ до теорії зображень. – Київ, 2001.
2. S. Lang. Algebra. – Springer, 2002.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<https://mathworld.wolfram.com/topics/RepresentationTheory.html>