

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра фундаментальної математики

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Проректор з науково-  
педагогічної роботи

Олександр ГОЛОВКО

---

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2022 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**Ряди Фур'є і інтеграл Фур'є**

рівень вищої освіти **бакалавр**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2022 / 2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

29 серпня 2022 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Володимир ДУБОВИЙ, докт. фіз.-мат. наук, професор кафедри фундаментальної математики, професор.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики  
Протокол № 1 від 26 серпня 2022 року.

Завідувач кафедри



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика».

Гарант освітньої (професійної)  
програми



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики  
протокол № 1 від 29 серпня 2022 року.

Голова науково-методичної комісії

Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Ряди Фур’є і інтеграл Фур’є” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр спеціальності 111- математика** освітня програма «Математика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни **Ряди Фур’є і інтеграл Фур’є** є ознайомлення з базовими поняттями теорії рядів та перетворень Фур’є.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є оволодіння поняттями та методами теорії рядів та перетворень Фур’є.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>3-й</b>	
Семестр	
<b>5-й</b>	
Лекції	
<b>32 год.</b>	
Практичні, семінарські заняття	
<b>32 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>56 год.</b>	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

#### **Знати :**

1. Означення та властивості основних елементарних функцій в комплексній області.
2. Ортогональні та ортонормовані системи в евклідовому просторі.
3. Ряд Фур’є в евклідовому просторі.
4. Екстремальна властивість коефіцієнтів Фур’є, нерівність Бесселя.
5. Поняття базису в евклідовому просторі.
6. Тригонометричні ряди Фур’є, рівність Парсеваля – Ляпунова.
7. Метод Чезаро, теорема Фейєра.
8. Теореми Вейерштрасса про апроксимацію.

9. Означення та основні властивості перетворення Фур'є.
10. Перетворення Фур'є згортки функцій.

**Уміти :**

1. Розкласти періодичні функції в тригонометричний ряд Фур'є
2. Досліджувати ряди Фур'є на поточкову та рівномірну збіжність
3. Шукати розклад в ряд Фур'є парних та непарних функцій
4. Розкласти функції в ряд Фур'є в довільному інтервалі
5. Шукати перетворення Фур'є деяких функцій

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Тема 1. Ряди Фур'є. Теореми про апроксимацію неперервних функцій

1. Деякі елементарні функції в комплексній області
2. Ортонормовані системи функцій
3. Ряд Фур'є (РФ) за ортонормованою системою функцій
4. РФ за ортонормованою системою в евклідовому просторі. Екстремальна властивість коефіцієнтів Фур'є
5. Геометричний зміст екстремальної властивості коефіцієнтів Фур'є
6. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля
7. Замкнені та повні системи векторів в евклідовому просторі. Умови замкненості ортонормованої системи. Поняття про базис
8. РФ за ортонормованою системою. Тригонометричний ряд Фур'є (ТРФ). Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля – Ляпунова
9. ТРФ для парних та непарних функцій
10. Розвинення в ТРФ періодичних функцій та на довільному відрізку
11. Інтеграл Діріхле
12. Лема Римана
13. Принцип локалізації Римана
14. Основна глобальна ознака поточної збіжності ТРФ
15. Ознака Діні поточної збіжності ТРФ, наслідки
16. Рівномірна збіжність ТРФ
17. Метод Чезаро. Теорема Коші. Сума ТРФ за Чезаро
18. Теорема Фейєра
19. Теореми Вейєрштрасса про апроксимацію
20. Почленне інтегрування та диференціювання рядів Фур'є

### Тема 2. Інтеграл та перетворення Фур'є

21. Комплексна форма ряду Фур'є
22. Перетворення Фур'є, приклади
23. Тригонометрична форма інтеграла Фур'є, приклад
24. Властивості перетворення Фур'є
25. Ознака Діні збіжності інтеграла Фур'є
26. Згортка функцій та її перетворення Фур'є
27. Задача Коші для рівняння теплопровідності

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 1. Ряди Фур'є.	60	16*	16			28						

Теорема про апроксимацію неперервних функцій											
Тема 2. Інтеграл та перетворення Фур'є	60	16*	16			28					
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>56</b>					

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементарні функції в комплексній області.	4
2	Ортонормовані системи функцій.	4
3	Розвинення в ТРФ періодичних функцій..	4
4	Розвинення в ТРФ парних та непарних функцій.	4
5	Розвинення в ТРФ в довільному інтервалі.	4
6	Дослідження ТРФ на поточкову та рівномірну збіжність.	4
7	Почленне інтегрування та диференціювання ТРФ.	4
8	Пошук перетворення Фур'є.	2
9	Контрольна робота.	2
	<b>Разом</b>	<b>32</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Самостійна робота над домашніми завданнями за темами:	
1	Елементарні функції в комплексній області.	8
2	Ортонормовані системи функцій.	8
3	Розвинення в ТРФ парних, непарних, періодичних функцій та в довільному інтервалі.	16
4	Дослідження ТРФ на поточкову або рівномірну збіжність, почленне інтегрування та диференціювання ТРФ.	16
5	Пошук перетворення Фур'є.	7
	<b>Разом</b>	<b>56</b>

#### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

#### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

#### 8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять;
- контрольна робота;
- контрольні опитування. Залік.

#### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання	Разом	Залік	Сума
--	-------	-------	------

T1	T2	Контрольна робота, передбачена навчальним планом			
20	20	20	60	40	100

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	Зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	

1-49	незадовільно	не зараховано
------	--------------	---------------

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, ч. II. – К. : Либідь, 1994.
2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз (Збірник задач). – К.: Вища школа, 1987
3. Boris Demidovich. Problems in Mathematical Analysis. 1989

### Допоміжна література

1. Vladimir A. Zorich. Mathematical Analysis II , Springer, 2016
2. Edwards R.E. . Fourier Series, Springer, V.1 . Springer, 1982