

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра **фундаментальної математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Григорій Жолткевич  
“ 08 ” 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

**Теорія графів**

рівень вищої освіти **перший (бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Щербина Олексій Сергійович** математики, кандидат фізико-математичних наук,  
старший викладач кафедри фундаментальної

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

Протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної) програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Теорія графів**” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **бакалавр** спеціальності **111 – Математика** освітня програма «**Математика**»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Теорія графів” є знайомство з основними поняттями теорії графів та її застосуванням, зокрема зі зв’язністю, шляхами та циклами в графах, планарними графами та потоками в графах.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни “ Теорія графів ” є оволодіння основними методами які використовуються у сучасній теорії графів.

**1.3. Кількість кредитів – 3**

**1.4. Загальна кількість годин – 90**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
16 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
42 год.	
Індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

*знати :*

- Основні означення теорії графів.
- Основні теореми про існування парування (теореми Холла і Татта).
- Основні теореми про існування ойлеревих та гамільтонових шляхів у графах, поняття гамільтонової послідовності.
- Основні теореми про планарні графи.
- Теорему Форда-Фалкерсона про існування максимального потіка у графах.

*уміти :*

- Використовувати теореми Холла та Кеніга для розв'язку задач.
- Розв'язувати задачі на доведення існування ейлерового або гамільтонового шляху у графі.
- Використовувати поняття потоку та теореми Форда-Фалкерсона для розв'язування задач.

## **1. Тематичний план навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Основні визначення теорії графів.**

1. Основні визначення теорії графів: шляхи, цикли в графах. Зв'язність у графах, компоненти зв'язності. Операції на графах. Підграфи.

### **Розділ 2. Парування у графах.**

1. Парування у графах. Парування у дводольних графах. Теорема Холла (теорема про одруження).
2. Теорема Кьоніга. Еквівалентність теорем Холла і Кеніга.
3. Парування у довільних графах. Теорема Татта. Теореми Петерсона і Плєсніка.

### **Розділ 3. Шляхи та цикли у графах.**

1. Визначення гамільтонових шляху і циклу в графі. Теорема Оре. Метод Хватала.
2. Гамільтонві послідовності. Теорема Хватала.
3. Теорема Чартранда про існування гамільтонового циклу у кубі тризв'язних графів. Теорема Фляйшнера про існування гамільтонового циклу у квадраті двозв'язних графів (без доведення).

### **Розділ 4. Розфарбування у графах.**

1. Основні поняття. Хроматичне число графа. Теорема Брукса (доведення за допомогою ланцюгів, що чергуються).
2. Теорема Брукса (доведення за допомогою зв'язності).
3. Критичні графи. Лема Дірака.
4. Теорема Дірака.

### **Розділ 5. Планарні графи.**

1. Поняття планарного графу. Формула Ейлера. Теорема Куратовського (без доведення).
2. Двоїсті графи. Триангуляція графа.
3. Навколо теореми чотирьох фарб. Теорема Тейта.

### **Розділ 6. Потік у графі.**

1. Потік у мережі. Основні визначення. Теорема Форда-Фалкерсона про максимальний потік у графі.
2. Застосування теореми Форда-Фалкерсона. Максимальний потік у довільній мережі.

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Основні визначення теорії графів</b>												
Основні визначення теорії графів: шляхи, цикли в графах. Зв'язність у графах, компоненти зв'язності. Операції на графах. Підграфи.	5	2				3						
<i>Разом за розділом 1</i>	5	2				3						
<b>Розділ 2. Парування у графах.</b>												
Парування у графах. Парування у дводольних графах. Теорема Холла (теорема про одруження).	5	2	1			2						
Теорема Кеніга. Еквівалентність теорем Холла і Кеніга.	5	2	1			2						
Парування у довільних графах. Теорема Татта. Теореми Петерсона і Плєсніка.	5	2	1			2						
<i>Разом за розділом 2</i>	15	6	3			6						
<b>Розділ 3. Шляхи та цикли у графах.</b>												
Визначення гамільтонових шляху і циклу в графі. Теорема Оре. Метод Хватала.	6	2	1			3						
Гамільтонові послідовності. Теорема Хватала.	5	2	1			2						
Теорема Чартранда про існування гамільтонового циклу у кубі тризв'язних графів. Теорема Фляйшнера.	4	2	0			2						
<i>Разом за розділом 3</i>	15	6	2			7						
<b>Розділ 4. Розфарбування у графах.</b>												
Основні поняття. Хроматичне число графа. Теорема Брукса (доведення за допомогою ланцюгів, що чергуються).	6	2	1			3						
Теорема Брукса (доведення за допомогою зв'язності).	6	2	1			3						

Критичні графи. Лема Дірака.	5	2	1		2					
Теорема Дірака.	5	2	1		2					
<i>Разом за розділом 4</i>	22	8	4		10					
<b>Розділ 5. Планарні графи.</b>										
Поняття планарного графу. Формула Ейлера. Теорема Куратовського (без доведення).	8	2	2		4					
Двоїсті графи. Тріангуляція графа.	6	2	1		3					
Навколо теореми чотирьох фарб. Теорема Тейта.	7	2	0		3					
<i>Разом за розділом 5</i>	19	6	3		10					
<b>Розділ 6. Потік у графі.</b>										
Потік у мережі. Основні визначення. Теорема Форда-Фалкерсона про максимальний потік у графі.		2	1		3					
Застосування теореми Форда-Фалкерсона. Максимальний потік у довільній мережі.		2	1		3					
<i>Разом за розділом 6</i>		4	2		6					
<i>Контрольна робота</i>	2		2							
<b>Усього годин</b>	<b>90</b>	<b>32</b>	<b>16</b>		<b>42</b>					

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Парування у графах. Парування у дводольних графах. Теорема Холла (теорема про одруження). Теорема Кеніга. Еквівалентність теорем Холла і Кеніга.	2
2	Парування у довільних графах. Теорема Татта. Теореми Петерсона і Плєсніка.	1
3	Визначення гамільтонових шляху і циклу в графі. Теорема Оре. Метод Хватала.	1
4	Гамільтонові послідовності. Теорема Хватала.	1
5	Хроматичне число графа. Теорема Брукса.	2
6	Критичні графи. Теорема Дірака.	2
7	Планарні та двоїсті графи.	3
8	Теорема Форда-Фалкерсона	2
9	Контрольна робота	2
	<b>Разом</b>	<b>16</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання теоретичного матеріалу за зазначеними темами та	

виконання домашніх завдань:		
1	Основні визначення теорії графів: шляхи, цикли в графах. Зв'язність у графах, компоненти зв'язності. Операції на графах. Підграфи. (Домашнє завдання)	3
2	Парування у графах. Парування у дводольних графах. Теореми Холла і Кеніга. (Домашнє завдання).	4
3	Парування у довільних графах. Теорема Татта. Теореми Петерсона і Плесніка. (Домашнє завдання)	2
4	Парування у довільних графах. Теорема Татта. Теореми Петерсона і Плесніка. (Домашнє завдання).	2
5	Визначення гамільтонових шляху і циклу в графі. Теорема Оре. Метод Хватала. (Домашнє завдання)	5
6	Теорема Чартранда про існування гамільтонового циклу у кубі тризв'язних графів. Теорема Фляйшнера.	2
7	Хроматичне число графа. Теорема Брукса (Домашнє завдання).	6
8	Критичні графи. Теорема Дірака. (Домашнє завдання).	4
9	Поняття планарного графу. Формула Ейлера.	4
10	Двоїсті графи. Тріангуляція графа.	3
11	Навколо теореми чотирьох фарб. Теорема Гейта.	3
12	Потік у мережі. Основні визначення. Теорема Форда-Фалкерсона про максимальний потік у графі. (Домашнє завдання)	6
<i>Разом</i>		<b>42</b>

## 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

## 8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять; контрольна робота (1).
- опитування; залік.

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Залік	Сума
Розд.1	Розд.2	Розд.3	Розд.4	Розд.5	Розд.6				
5	10	5	10	10	10	10	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

### Критерії оцінювання

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткову самостійну роботу над матеріалом курсу не приведено до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### 10. Рекомендоване методичне забезпечення

#### Основна література

1. Frank Harary. Graph Theory. CRC Press (November 1, 1994)
2. Інґлін С. П.. Теорія графів. Лекції та варіанти індивідуальних завдань.

#### Допоміжна література

1. R. Diestel. Graph Theory, Electronic addition. 2005. .