

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра **фундаментальної математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ  
“ 18 ” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни  
**Банахові алгебри і спектральна теорія**

рівень вищої освіти **другий(магістерський)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма - **Математика**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Гефтер Сергій Леонідович – кандидат фізико-математичних наук, доцент,  
доцент кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики  
протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (наукової) програми «Математика».

Гарант освітньої (наукової)  
програми

Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ



Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і  
інформатики.

Протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Банахові алгебри і спектральна теорія**» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки **магістр** спеціальність **111 - «Математика»** освітня програма «**Математика**»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «*Банахові алгебри і спектральна теорія*» є ознайомлення студентів з базовими конструкціями, методами і теоремами сучасної спектральної теорії, а також із змістовними прикладами її застосування.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «*Банахові алгебри і спектральна теорія*» є ознайомлення студентів з теоретичними засадами теорії банахових та комутативних  $C^*$ -алгебр, а також набуття студентами навичок проведення обчислень фундаментальних об'єктів спектральної теорії.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

СК01 – Знання та розуміння фундаментальних методів та застосувань алгебри, математичної логіки, теорії категорій; уявлення про аксіоматичну побудову математичних теорій.

СК02 – Здатність формулювати та доводити математичні твердження, отримувати висновки, встановлювати правильність розв'язання задач та міркувань.

СК03 – Знання та розуміння фундаментальних методів математичного, комплексного та функціонального аналізу, геометрії, топології тощо та здатність використовувати їх у теоретичних дослідженнях та при розв'язанні конкретних прикладних задач.

СК10 – Здатність орієнтуватися в нових наукових напрямках в галузі математики, новітніх розробках і досягненнях.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин – **120**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>2-й</b>	
Семестр	
<b>4-й</b>	
Лекції	
<b>24 год.</b>	
Практичні, семінарські заняття	
<b>24 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>72 год.</b>	
у тому числі Індивідуальні завдання	

1.6. Програма вивчення вибіркової навчальної дисципліни «Банахові алгебри і спектральна теорія» передбачає засвоєння основних понять спектральної теорії та вироблення навичок її застосування для розв'язання задач теорії функцій і теорії операторів.

### Програмні результати навчання за ОПІ:

РН05. Знати теореми і методи сучасних розділів функціонального і комплексного аналізу, зокрема основні факти про банахові і гільбертові простори та оператори в них, елементи спектральної теорії операторів, теорію рядів Фур'є у гільбертовому просторі і основні факти про перетворення Фур'є, властивості голоморфних функцій, нулів цілих функцій, конформної еквівалентності областей, основні теореми комплексного аналізу. Уміти досліджувати простори та оператори методами функціонального аналізу, різні класи функцій методами комплексного аналізу.

РН10. Вміти застосовувати наявні знання математичних теорій для постановки нових задач, висунення гіпотез, формулювання і доведення нових математичних результатів і їх аналізу.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

*Тема 1. Елементи теорії алгебр над довільним полем. Основні поняття, приклади.*

Гомоморфізми, характери, ідеали, подалгебри.

*Тема 2. Банахові алгебри – базові поняття. Резольвента, спектр, спектральний радіус. Теорема Гельфанда-Мазура.*

*Тема 3. Теорія комутативних банахових алгебр. Спектр та зображення Гельфанда.*

*Тема 4. Теорема Гельфанда-Колмогорова.*

*Тема 5. Основні поняття теорії  $C^*$ -алгебр.*

*Тема 6. Теорема Гельфанда-Наймарка про зображення комутативної  $C^*$ -алгебри.*

*Тема 7. Голоморфне функціональне числення у банахових алгебрах.*

*Тема 8. Неперервне функціональне числення у  $C^*$ -алгебрах та його застосування.*

*Тема 9. Спектральна теорема для обмеженого нормального оператора у гільбертовому просторі.*

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	денна форма						заочна форма						
	усього	у тому числі					усьог	у тому числі					
		л	п	ла	інд	ср		о	л	п	ла	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Тема 1. Елементи теорії алгебр над довільним полем	14	3	3			8							
Тема 2. Банахові алгебри – базові поняття.	14	3	3			8							
Тема 3. Теорія комутативних банахових алгебр	14	3	3			8							
Тема 4. Теорема Гельфанда-Колмогорова	14	3	3			8							
Тема 5. Основні поняття теорії $C^*$ -алгебр	14	3	3			8							
Тема 6. Теорема Гельфанда-Наймарка про зображення комутативної $C^*$ -алгебри	14	3	3			8							

Тема 7. Голоморфне функціональне числення у банахових алгебрах	12	2	2			8					
Тема 8. Неперервне функціональне числення у $C^*$ -алгебрах та його застосування	12	2	2			8					
Тема 9. Спектральна теорема для обмеженого нормального оператора	12	2	2			8					
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>24</b>	<b>24</b>			<b>72</b>					

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Теми практичних занять	Кількість годин
1	Розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії алгебр над довільним полем.	3
2	Розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії банахових алгебр.	3
3	Розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії комутативних банахових алгебр.	3
4	Розв'язання елементарних задач стосовно алгебр неперервних функцій.	3
5	Розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії $C^*$ -алгебр	3
6	Приклади зображення комутативних $C^*$ -алгебр.	3
7	Знаходження функцій від елементів банахових алгебр.	3
8	Знаходження функцій від елементів $C^*$ -алгебр.	2
9	Знаходження спектрів самоспряжених і унітарних операторів.	2
10	Контрольна робота.	2
	<b>Разом</b>	<b>24</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Ознайомлення з теоретичними відомостями з теорії алгебр над довільним полем.	8
2	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії банахових алгебр.	8
3	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії комутативних банахових алгебр.	8
4	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно алгебр неперервних функцій.	8
5	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно теорії $C^*$ -алгебр.	8
6	Ознайомлення з теоретичними відомостями стосовно теорії зображень комутативних $C^*$ -алгебр.	8
7	Приклади застосування голоморфного функціонального числення у банахових алгебрах.	8
8	Приклади застосування неперервного функціонального числення у $C^*$ -алгебрах.	8
9.	Приклади застосування спектральної теореми для самоспряжених і унітарних операторів.	8

	<b>Разом</b>	<b>72</b>
--	--------------	-----------

### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### 8. Методи контролю

Поточне опитування, контрольна робота (1), підсумковий контроль – екзамен

### 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Разом	Екзамен	Сума
Тема 1-3	Тема 4-6 5	Тема 7-9 1	контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом			
15	15	0 15	15	60	40	100	

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

### Критерії оцінювання

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з

		освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

### 10. Рекомендована література

#### Основна література

1. Rudin W. Functional Analysis 2nd Edition, 1991. – McGraw-Hill Science/Engineering/Math. – 448 pp.
2. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”)

#### Допоміжна література

1. Гришко О. Ю., Нагнибіда М. І., Настасієв П. П. Теорія функцій комплексної змінної: Розв’язування задач. – К.: Вища школа, 1994.

### 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [www-library.univer.kharkov.ua](http://www-library.univer.kharkov.ua)
2. <http://mathworld.wolfram.com/topics/Algebra.html>