

**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни

**Теорія банахових просторів**  
вид дисципліни **вибіркова**

2022 / 2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **магістр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**; спеціальність **111 – Математика**; освітньо-наукова програма «Математика» факультет **математики і інформатики**

**РОЗРОБНИК: КАДЕЦЬ Володимир Михайлович, професор кафедри фундаментальної математики, доктор фізико-математичних наук, професор**

### 1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «**Теорія банахових просторів**» є надання майбутнім фахівцям знань про специфічні класи банахових просторів, ізоморфні та ізометричні властивості, базиси та біортогональні системи у банахових просторах. Основними завданнями вивчення дисципліни «**Теорія банахових просторів**» є навчання студентів основам теорії банахових просторів та методам її застосування у споріднених розділах математики.

Кількість кредитів – **6**

Загальна кількість годин **180**

### 2. Тематичний план навчальної дисципліни

**Тема 1.** Огляд базових фактів про двоїстість у банахових просторах.

1. Теореми про загальний вигляд лінійного функціонала.
2. Слабка збіжність та рефлексивність.
3. Критерій поточної збіжності послідовності операторів та критерії слабкої збіжності у конкретних просторах.

**Тема 2.** Ряди у банахових просторах.

1. Збіжність: умовна, безумовна та абсолютна.
2. Приклади. Критерії безумовної збіжності.
3. Теорема Дворецького-Роджерса.

**Тема 3.** Базиси та споріднені системи.

1. Означення базиса та приклади.
2. Повні та представляючі системи.
3. Лінійна незалежність та  $\omega$ - лінійна незалежність.
4. Мінімальність та біортогональні функціонали.
5. Критерій базиса.
5. Еквівалентні послідовності. Теорема Крейна-Мільмана-Рутмана.

**Тема 4.** Базисні послідовності.

1. Теорема Мазура про базисні послідовності.
2. Блок-базиси та попарна неізоморфність просторів  $\ell_p$ .
3. Теорема Шура про слабку збіжність в  $\ell_1$ .

**Тема 5.** Нерівність Хінчина та її застосування.

1. Функції Радемахера.
2. Нерівність Хінчина.
3. Теорема Орліча про ряди у просторах Лебега. Теорія типа і коти́па.
4. Парна неізоморфність просторів  $L_p$ .

**Тема 6.** Теорія Джеймса.

1. Натягуючі базиси та обмежено повні базиси.
2. Критерій рефлексивності у термінах базисів.
3. Безумовні базиси у рефлексивних просторах.
4. Простір Джеймса.

#### **Тема 7. Рівність Даугавета.**

1. Теорема Даугавета.
2. Відсутність безумовного базису в  $C[0, 1]$ .

#### **Тема 8. Тригонометрична система в класичних просторах.**

1. Формула для операторів часткових сум.
2. Норми операторів часткових сум в  $C(T)$ .
3. Теорема Рудіна про мінімальність.
4. Оператор Риса.
5. Нерівність Юдіна.
6. Інтерполяційна теорема Риса-Торина та її застосування.

### **3. Методи навчання**

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### **4. Методи контролю**

поточний семестровий (домашні завдання); контрольна робота (1); підсумковий екзамен.

### **Шкала оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

### **5. Рекомендована література**

#### **Основна література**

1. Kadets, M.I.; Kadets, V.M. Series in Banach spaces. Conditional and unconditional convergence / Birkhauser, Basel - Boston - Berlin, 1997 (Operator Theory Advances and Applications, vol. 94), 156 pp..
2. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”).

#### **Допоміжна література**

1. J. Lindenstrauss, L. Tzafriri. Classical Banach Spaces I and II. Springer, 1996. - 431 pp.

### **11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. <https://www.twirpx.com/file/368285/>
2. <https://www.twirpx.com/file/390587/>
3. [http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets\\_Functional\\_Analysis.pdf](http://page.mi.fu-berlin.de/werner99/kadetsbook/Kadets_Functional_Analysis.pdf)
4. <https://www.springer.com/us/book/9783319920030>