

СИЛАБУС

навчальної дисципліни

Обрані розділи ріманової геометрії

вид дисципліни за вибором

2022 / 2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **магістр**; галузь знань **11 – Математика та статистика**;
спеціальність **111 – Математика**; освітня програма «**Математика**»; факультет
математики і інформатики

РОЗРОБНИК **Василь ГОРЬКАВИЙ**, доктор фізико-математичних наук, доцент,
професор кафедри фундаментальної математики.

1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «*Обрані розділи ріманової геометрії*» є ознайомлення студентів з базовими конструкціями, методами і теоремами сучасної ріманової геометрії, а також із змістовними прикладами її застосування.

Основними завданнями вивчення дисципліни «*Обрані розділи ріманової геометрії*» є ознайомлення студентів з теоретичними засадами теорій диференційних, ріманових та афінних структур на багатовимірних многовидах, а також набуття студентами навичок проведення обчислень фундаментальних об'єктів ріманової геометрії.

Кількість кредитів – 6

Загальна кількість годин – 180

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Тема 1. Елементи теорії диференційних многовидів. Тензори, алгебраїчні операції над тензорами. Гладкий многовид. Дотичний простір многовиду. Відображення многовидів, диференціал відображення. Тензорні поля на многовидах.

Тема 2. Ріманові многовиди – базові конструкції. Довжина кривої, кут між кривими, площа (об'єм) області на рімановому многовиді. Ізометричні відображення.

Тема 3. Многовиди з афінною зв'язністю. Коваріантне диференціювання. Паралельний перенос. Тензори кривини та скруту. Геодезичні лінії на многовиді з афінною зв'язністю.

Тема 4. Зв'язність Леви-Чевіта. Паралельне перенесення на рімановому многовиді.

Тема 5. Геодезичні на рімановому многовиді. Функціонали довжини та енергії. Формула першої варіації – геодезичні як найкоротші. Експоненціальне відображення.

Тема 6. Повнота ріманових многовидів. Геодезична та метрична повнота многовидів. Теорема Хопфа-Рінова.

Тема 7. Кривина ріманових многовидів. Тензор ріманової кривини – алгебраїчні і диференціальні властивості. Секційна кривина, кривина Річчі і скалярна кривина. Простори постійної кривини. Теорема Шура.

Тема 8. Поля Якобі. Друга варіація довжини та енергії геодезичної кривої. Рівняння Якобі. Спряжені точки на геодезичних.

Тема 9. Теорема Бонне і Майерса.

Тема 10. Теорема Картана-Адамара.

Тема 11. Теорема порівняння.

Тема 12. Радіус ін'єктивності. Межа розділу. Теорема Клінгенберга.

Тема 13. Елементи загальної теорії відносності. Псевдо-ріманові многовиди. Простори Мінковського, (анті) де Сіттера. Рівняння Ейнштейна. Простір Шварцшильда.

3. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

Поточне опитування, контрольна робота (1) ; підсумковий контроль – екзамен..

Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка за національною шкалою | |
|--|-------------------------------------|----------------------------------|
| | для чотирирівневої шкали оцінювання | для дворівневої шкали оцінювання |
| 90 – 100 | відмінно | зараховано |
| 70-89 | добре | |
| 50-69 | задовільно | |
| 1-49 | незадовільно | не зараховано |

10. Рекомендована література

Основна література

1. D. Gromoll, W. Klingenberg, W. Meyer, "Riemannsche Geometrie im Grossen" , Springer (1968)Рашевский П.К.*Риманова геометрия и тензорный анализ.* - М.: Наука, 1967
2. Lee J.M. Riemannian manifolds. – Springer, 1997.
3. B. A. Dubrovin, A. T. Fomenko, S. P. Novikov Modern Geometry - Methods and Applications, [Graduate Texts in Mathematics](#) (GTM, volume 93), 1984
4. Shlomo Sternberg Lectures on Differential Geometry, Prentice-Hall, 1964
5. Горькавый В.А. *Риманова геометрия. Элементарные задачи.* – Х., ХНУ им. В.Н. Каразина, 2006

Допоміжна література

1. Joseph Albert Wolf Spaces of Constant Curvature, American Mathematical Soc., 2011

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<http://geometry.karazin.ua>; <http://geometry.karazin.ua/~gorkaviy/documents>