

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”  
Декан факультету  
математики і інформатики  
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ  
“ 18 ” 08 2024 р.



## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Топологія

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Ямпольський Олександр Леонідович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)

програми



Сергій ГЕФТЕР

програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Топологія” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр» спеціальності 111 – Математика освітня програма «Математика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Топологія” є ознайомлення з базовими поняттями загальної топології та топології многовидів

1.2 Основними завданнями вивчення дисципліни “Топологія” є оволодіння поняттями загальної топології, топології поверхонь та теорії графів.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей:

ІК01. Здатність розв’язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп’ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей:

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі.

ФК04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.3. Кількість кредитів – 3

1.4. Загальна кількість годин - 90

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>Обов’язкова</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>2-й</b>	
Семестр	
<b>3-й</b>	
Лекції	
<b>32 год.</b>	
Практичні, семінарські заняття	
<b>16 год.</b>	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
<b>42 год.</b>	
у тому числі індивідуальні завдання	
розрахунково-графічна робота (1)	

### 1.6. Заплановані результати навчання

У відповідності до освітньо-професійної програми «Математика» по завершенню курсу будуть досягнуті наступні результати навчання:

РН04. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН16. Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

Досягнення результатів навчання відбувається за рахунок

#### знань:

- означення топології, топологічного простору, способи завдання топологій; означення метричного простору, метричної топології; означення типів точок підмножини топологічного простору; аксіоми зліченності, аксіоми відокремлюваності; означення неперервного відображення, гомеоморфізму, топологічного інваріанту; означення і приклади компактних, зв'язних та лінійно зв'язних топологічних просторів, характеристику компактів в евклідовому просторі, властивості неперервних функцій на ком пактах; означення многовиду, триангуляції, орієнтації, Ейлерової характеристики; класифікаційні теореми для 1-вимірних та 2-вимірних компактних орієнтованих многовидів.

#### та умінь:

- Визначати, чи є дана система підмножин деякої множини топологією. Порівнювати топології на даних топологічних просторах. Визначати, чи є дане відображення неперервним, чи є дані топологічні простори гомеоморфними.
- Визначати, чи є підмножина топологічного простору відкритою чи замкненою, знаходити її внутрішність, замикання, межу, граничні та ізольовані точки.
- Визначати, чи є даний топологічний простір компактным, зв'язним, лінійно зв'язним.
- Визначати, чи є даний топологічний простір многовидом, диференційовним многовидом, орієнтовним многовидом.
- Знаходити рід та ейлерову характеристику даної поверхні.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### *Розділ 1. Загальна топологія.*

#### *Тема 1. Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми*

##### Зміст

- Топологія, топологічний простір. Приклади. Топологія на прямій.
- База топології.
- Класифікація точок множини. Сепарабельність
- Неперервні відображення та гомеоморфізми.
- Метричні простори. Хаусдорфовість.
- Індукована топологія.
- Фактортопологія, що породжена відношенням еквівалентності. Дія групи на множині, простір орбіт.
- Прямий добуток топологічних просторів.

#### **ТЕМА 2. КОМПАКТНІСТЬ ТА ЗВ'ЯЗНІСТЬ ТОПОЛОГІЧНИХ ПРОСТОРІВ**

##### Зміст

- Компактні простори, основні властивості та приклади.
- Компактність підмножин евклідового простору. Теорема Вейерштраса.
- Зв'язні простори, основні властивості та приклади. Одновимірні теорема Брауера.
- Зв'язні компоненти.
- Шляхи. Лінійно зв'язні простори, основні властивості та приклади. «Крива» Пеано.
- Зв'язок між зв'язністю та лінійною зв'язністю.

## **Розділ 2. Топологія многовидів**

### **Тема 1. Многовиди**

Зміст

- Многовиди. Гладкі многовиди. Многовиди з межею. Приклади.
- Орієнтовність гладких многовидів.
- Класифікація одновимірних многовидів.
- Замкнені поверхні. Зв'язна сума поверхонь та її властивості.
- Симпліціальні комплекси, триангуляції, ейлерова характеристика. Триангуляції поверхонь
- Орієнтовність поверхонь.
- Розгортки поверхонь
- Теорема класифікації компактних зв'язних поверхонь.

### **Тема 2. Вкладення і занурення многовидів**

- Теорема про топологічне вкладення компактного многовиду
- Теорема Уїтні про проєктивне вкладення

## **3. Структура навчальної дисципліни**

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Загальна топологія</b>												
Тема 1. Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми		10*	5			10						
Тема 2. Компактність та зв'язність топологічних просторів		8*	4			10						
Разом за розділом 1		18	9			20						
<b>Розділ 2. Топологія многовидів</b>												
Тема 1. Многовиди		8*	4			10						

Тема 2. Вкладення і занурення		6*	3			10					
Підготовка до заліку						2					
Разом за розділом 2		14	7			22					
	<b>90</b>	<b>32</b>	<b>16</b>			<b>42</b>					

\*) За дистанційною формою, на платформі ZOOM.

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ п\п	Назва теми	Кількість годин
1	Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми	6
2	Компактність та зв'язність топологічних просторів	4
3	Топологія многовидів	4
4	Вкладення і занурення	2
	<b>Разом</b>	<b>16</b>

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання теоретичного матеріалу та робота над домашніми завданнями, що відповідають темам практичних занять:	
1	Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми	8
2	Компактність та зв'язність топологічних просторів	8
3	Топологія многовидів	8
4	Вкладення і занурення	8
5	Розрахунково-графічна робота	8
6	Підготовка до заліку	2
	<b>Разом</b>	<b>42</b>

#### 6. Індивідуальні завдання

## Розрахунково-графічна робота (1).

**7.Методи навчання**

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

**8. Методи контролю**

Поточний контроль – опитування; контрольна робота, розрахунково-графічна робота; підсумковий контроль – залік (тестова частина, опитування).

**9. Схема нарахування балів**

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Разом	Залік	Сума
Розділ 1		Розділ 2				
T1	T2	T1	T2	20	60	40
10	10	10	10			

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

**Критерії оцінювання навчальних досягнень**

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості

		виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки
--	--	--

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Борисенко О. А. Диференціальна геометрія і топологія. – Х.: Основа, 1995.
2. Czes Kosniowski. A first course in Algebraic Topology. – Cambridge University Press; Reissue edition (October 31, 1980)
3. O. Ya. Viro (Author), O. A. Ivanov (Author), N. Yu. Netsvetaev (Author), and V. M. Kharlamov (Author), Elementary Topology, American Mathematical Society (September 17, 2008),
4. B.A. Dubrovin (Author), A.T. Fomenko (Author), S.P. Novikov B.B. Modern Geometry — Methods and Applications: Part I: The Geometry of Surfaces, Transformation Groups, and Fields (Graduate Texts in Mathematics, 93), Springer; 2nd edition (November 11, 1991)

### Допоміжна література

#### *Тема “Топологічні простори, неперервні відображення, гомеоморфізми”*

1. K. Kuratowski. Topology, Vol 1. Academic Press (Sept. 23 2014)
2. John L. Kelley. General Topology. Springer; 1st ed. 1955. 2nd printing 1975 edition (June 27 1975).
3. Yu. Borisovich; N. Bliznyakov; Ya. Izrailevich; T. Fomenko Introduction to Differential and Algebraic Topology, Springer; Softcover reprint of hardcover 1st ed. 1995 edition (Dec 6 2010)

#### *Тема “Многовиди”*

1. Andrew H. Wallace (Author). Differential Topology: First Steps. Dover Publications (October 27, 2006)
2. Morris W. Hirsch. Differential Topology, Springer; 1st ed. 1976. Corr. 6th printing 1997 edition (July 1 1976)
3. Frank W. Warner. Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups (Graduate Texts in Mathematics, 94) , Springer (October 10, 1983)



