СИЛАБУС
навчальної дисципліни

Ріманова геометрія

вид дисципліни **за вибором**

рівень вищої освіти **бакалавр;** галузь знань **11 – Математика та статистика;** спеціальність **111 – Математика;** освітня програма « **Математика»;** факультет **математики і інформатики**

РОЗРОБНИК: **ГОРЬКАВИЙ Василь Олексійович,** доктор фізико-математичних наук, доцент, професор кафедри фундаментальної математики.

1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «*Ріманова геометрія*» є ознайомлення студентів з базовими конструкціями, методами і теоремами сучасної ріманової геометрії, а також із змістовними прикладами її застосування.
Основними завданнями вивчення дисципліни «*Ріманова геометрія*» є ознайомлення студентів з теоретичними засадами теорій диференційних, ріманових та афінних структур на багатовимірних многовидах, а також набуття студентами навичок проведення обчислень фундаментальних об'єктів ріманової геометрії.
Кількість кредитів – 4
Загальна кількість годин – 120

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Тема 1. Елемени теорії диференційних многовидів. Тензори, алгебраїчні операції над тензорами. Гладкий многовид. Дотичний простір многовиду. Відображення многовидів, диференціал відображення. Тензорні поля на многовидах.

Тема 2. Ріманові многовиди – базові конструкції. Довжина кривої, кут між кривими, площа (об'єм) області на рімановому многовиді. Ізометричні відображення.

Тема 3. Многовиди з афінною зв'язністю. Коваріантне диференціювання. Паралельний перенос. Тензори кривини та скруту. Геодезичні лінії на многовиді з афінною зв'язністю.

Тема 4. Зв'язність Леві-Чевіта. Паралельне перенесення на рімановому многовиді.

Тема 5. Геодезичні на рімановому многовиді. Функціонали довжини та енергії. Формула першої варіації – геодезичні як найкоротші. Експоненціальне відображення.

Тема 6. Повнота ріманових многовидів. Геодезична та метрична повнота многовидів. Теорема Хопфа-Рінова.

Тема 7. Кривина ріманових многовидів. Тензор ріманової кривини – алгебраїчні і диференціальні властивості. Секційна кривина, кривина Річчі і скалярна кривина. Простори постійної кривини. Теорема Шура.

Тема 8. Поля Якобі. Друга варіація довжини та енергії геодезичної кривої. Рівняння Якобі. Спряжені точки на геодезичних.

Тема 9. Теореми Бонне і Майерса.

Тема 10. Теорема Картана-Адамара.

Тема 11. Теореми порівняння.

Тема 12. Радіус ін'єктивності. Межа розділу. Теореми Клінгенберга.

Тема 13. Елементи загальної теорії відносності. Псевдо-ріманові многовиди. Простори Мінковського, (анті) де Сіттера. Рівняння Ейнштейна. Простір Шварцшильда.

3. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану заняття проводяться дистанційно (за допомогою платформи ZOOM) відповідно до наказів ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

4. Методи контролю

Поточне опитування, контрольна робота (1) та підсумковий контроль – екзамен..

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

5. Рекомендована література

Основна література

1. Burago Y.D., Zalgaller V.A., *Theory of surfaces.* Springer, 1992
2. Lee J.M. *Riemannian manifolds.* Springer, 1997
3. Jost J., Riemannian geometry and geometric analysis. Springer, 2005
4. Gallot S., Hulin D., LafontaineJ., Riemannian geometry. Springer, 2012
5. Do Carmo M., *Riemannian geometry.* Birkhauser, 1993
6. Chavel I., *Riemannian geometry: a modern introduction*. CUP, 2006

Допоміжна література

1. Efimov N.V., Rozendorn E., *Linear Algebra and Multidimensional Geometry*
2. Efimov N.V., *Higher Geometry.* Mir Publishers, 1980
3. Dubrovin B.A., Fomenko A.T., Novikov S.P., *Modern geometry – methods and applications.* Springer, 1991
4. Wolf J.A., *Spaces of Constant Curvature*. AMS, 2010