

**СИЛАБУС**  
Навчальної дисципліни

**Основи алгебраїчної топології**  
вид дисципліни за вибором

2022/2023 навчальний рік

рівень вищої освіти **бакалавр**; галузь знань **11 – Математика та статистика**;  
спеціальність **111 – Математика, 113 - Прикладна математика**; освітня програма  
«Математика», «Прикладна математика»; факультет **математики і інформатики**

**РОЗРОБНИК: Петров Євген В'ячеславович** – кандидат фізико-математичних наук,  
старший викладач кафедри фундаментальної математики.

**1. Опис навчальної дисципліни**

Метою викладання навчальної дисципліни “Основи алгебраїчної топології” є ознайомлення з базовими конструкціями та інваріантами алгебраїчної топології.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Основи алгебраїчної топології” є оволодіння методами дослідження топологічних просторів та відображень за допомогою алгебраїчних інваріантів.

Кількість кредитів – **4**

Загальна кількість годин - **120**

**2. Тематичний план навчальної дисципліни**

**Розділ 1. Гомотопічні інваріанти та топологія поверхонь**

**Тема 1. Гомотопії та фундаментальна група**

- Метрики і топології на просторі відображень.
- Гомотопія відображень. Основні властивості, приклади.
- Гомотопічна еквівалентність. Основні властивості, приклади.
- Ретракт, деформаційний ретракт. Стяжні простори. Приклади.
- Гомотопія шляхів і гомотопічні властивості добутку шляхів.
- Замкнені шляхи. Фундаментальна група та її властивості.
- Однозв'язні простори. Приклади.

**Тема 2. Накриття та застосування фундаментальної групи**

- Накриття. Універсальне накриття. Приклади.
- Дія групи на топологічному просторі. Накриття простору орбіт. Приклади.
- Підняття шляху. Накриваюча гомотопія.
- Обчислення фундаментальної групи за допомогою накриття. Приклади.
- Група автоморфізмів і регулярні накриття.
- Теорема про існування накриття з даною групою.
- Застосування фундаментальної групи як інваріанта.

- Двовимірні теореми про барабан та Брауера.
- Теорема Борсука-Улама та її наслідки.
- Теорема Зейферта-ван Кампена. Приклади застосування.

### **Тема 3. Топологія поверхонь**

- Симплекси, симпліціальні простори та триангуляції. Триангуляції поверхонь.
- Розгортки. Переклеювання. Пряма сума та її властивості.
- Теорема класифікації компактних зв'язних поверхонь.
- Орієнтовність поверхонь.

### **Тема 4. Вищі гомотопічні групи**

- Гомотопічні групи. Основні властивості, приклади.
- Гомотопічні групи і накриття. Приклади обчислення.
- Застосування гомотопічних груп як інваріантів.
- Загальні теореми про барабан і Брауера.
- Узагальнення теореми Борсука-Улама та її наслідків.
- Ступінь відображення сфери і гладкого многовиду.

## **Розділ 2. Гомологічні інваріанти**

### **Тема 1. Ланцюгові комплекси та гомологічна алгебра**

- Ланцюгові комплекси, їхні гомології та когомології.
- Числа Бетті та ейлерова характеристика.
- Алгебраїчні гомотопії. Інваріантність груп гомологій.
- Техніка точних послідовностей. Леми гомологічної алгебри.

### **Тема 2. Симпліціальні та сингулярні гомології**

- Симпліціальні гомології, приклади обчислення.
- Барицентричні підрозділи.
- Сингулярні гомології та їхні властивості.
- Зв'язок сингулярних гомологій з фундаментальною групою. Теорема Хопфа.

### **Тема 3. Клітинні простори та клітинні гомології**

- Клітинний простір, приклади. Пари Борсука. Теорема про вирізання.
- Сингулярні гомології клітинних просторів. Гомології сфер.
- Ізоморфізм сингулярних і симпліціальних гомологій.
- Клітинні гомології. Ізоморфізм сингулярних і клітинних гомологій.
- Приклади обчислення клітинних гомологій у цілих числах.

## **3. Методи навчання**

Лекційно-практичні. Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та ув умовах воєнного стану заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

### 3. Методи контролю

Опитування, виконання домашніх завдань, контрольна робота, **екзамен** за вибором студента (спеціальність «Прикладна математика»), **залік** за вибором студента (спеціальність «Математика»)

#### Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка за національною шкалою       |                                  |
|--|-------------------------------------|----------------------------------|
|  | для чотирирівневої шкали оцінювання | для дворівневої шкали оцінювання |
| 90 – 100   | відмінно                            | зараховано                       |
| 70-89  | добре                               |                                  |
| 50-69  | задовільно                          |                                  |
| 1-49   | незадовільно                        | не зараховано                    |

### 4. Рекомендована література

#### Базова література

1. О.А. Борисенко. Диференціальна геометрія і топологія. – Х.: Основа, 1995.
2. С. Kosniowski. A First Course in Algebraic Topology. – Cambridge University Press, 1980.
3. A. Hatcher. Algebraic Topology. – Cambridge University Press, 2001.

#### Допоміжна література

4. J. Munkres. Topology. – Pearson, 2001.
5. G.W. Whitehead. Elements of homotopy theory. – Springer, 1978.
6. J.W. Vick. Homology theory. – Springer, 1994.