

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра прикладної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



серпень 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Елементи математичної логіки та дискретної математики

рівень вищої освіти бакалавр

галузь знань Е Природничі науки, математика та статистика

спеціальність Е7 Математика

освітня програма «Математика»

спеціалізація

вид дисципліни обов'язкова

факультет математики і інформатики

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

“26” серпня 2025 року, протокол № 10

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Ігнатівич Світлана Юріївна, доктор фіз.-мат. наук, доцент, професор ЗВО кафедри прикладної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики
Протокол від “26” серпня 2025 року № 13

Завідувач кафедри прикладної математики

Валерій КОРОБОВ

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми

Гарант освітньо-професійної програми «Математика»

Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від “26” серпня 2025 року № 1

Голова науково-методичної комісії факультету математики і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Елементи математичної логіки та дискретної математики» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності Е7 Математика.

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є ознайомлення студентів 1 курсу з деякими початковими поняттями і методами, які є загальноживаними при викладанні основних математичних дисциплін.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни: набуття студентами початкових теоретичних знань і практичних навичок з деяких розділів теорії множин, математичної логіки, дискретної математики, а також з методів математичних доведень.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин* 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

** у разі формування малочисельних груп обсяг аудиторного навчального навантаження, відведеного на вивчення навчальної дисципліни, зменшується відповідно до Положення про планування й звітування науково-педагогічних працівників Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна.*

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна.

Інтегральна та загальні компетентності:

ІК01. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

Фахові компетентності:

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

ФК03. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

ФК04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна.

РН01. Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.

РН03. Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.

РН04. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН08. Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською мовою та однією з іноземних мов.

РН23. Знати основні поняття і уміти використовувати методи комбінаторики, теорії графів, інших розділів дискретної математики для вирішення теоретичних та практичних задач.

1.8. Пререквізити: *немає*.

2. Тематичний план навчальної дисципліни.

Розділ 1. Теорія множин

Тема 1. Поняття множини.

Приклади множин, способи завдання множин. Парадокси наївної теорії множин. Універсальна множина. Операції перетину, об'єднання, доповнення. Кола Ейлера.

Тема 2. Операції над множинами.

Властивості операцій над множинами; доведення за допомогою кіл Ейлера і за допомогою міркувань. Доведення рівності двох множин. Формула включень-виключень.

Розділ 2. Математична логіка

Тема 3. Поняття висловлювання.

Приклади висловлювань. Неоднозначність висловлювань у повсякденній мові. Логічні операції, їх властивості. Таблиці істинності, доведення еквівалентності висловлювань.

Тема 4. Поняття предиката і квантора.

Предикати, приклади предикатів. Квантори, приклади використання. Заперечення висловлювань з кванторами.

Тема 5. Необхідні і достатні умови.

Необхідні і достатні умови, еквівалентність. Прямі, обернені і протилежні теореми.

Розділ 3. Доведення

Тема 6. Доведення.

Доведення, прийоми доведення: «пряме» доведення, явне доведення існування, розбір випадків, доведення «від супротивного», неконструктивне доведення існування.

Тема 7. Метод математичної індукції.

Розділ 4. Елементи дискретної математики

Тема 8. Поняття відношення.

Відношення, бінарне відношення, приклади. Рефлексивні, симетричні, транзитивні відношення. Відношення еквівалентності, клас еквівалентності, фактор-множина. Відношення часткового порядку, порядок за включенням, відношення лінійного порядку.

Тема 9. Початкові поняття комбінаторики.

Найпростіші комбінаторні задачі, приклади комбінаторних тотожностей і їх доведення.

Тема 10. Початкові поняття теорії графів.

Найпростіші задачі з використанням графів. Початкові поняття, пов'язані з графами і їх властивостями. Приклади.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин (денна форма)					
	Усього					
		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7
Розділ 1. Теорія множин						
Тема 1. Поняття множини	8	2	2			4
Тема 2. Операції над множинами	10	4	2			4
<i>Разом за розділом 1</i>	<i>18</i>	<i>6</i>	<i>4</i>			<i>8</i>
Розділ 2. Математична логіка						
Тема 3. Поняття висловлювання	10	2	4			4
Тема 4. Поняття предиката і квантора	14	4	4			6
<i>Контрольна робота</i>	4		2			2
Тема 5. Необхідні і достатні умови	8	2	2			4

<i>Разом за розділом 2</i>	<i>36</i>	<i>8</i>	<i>12</i>			<i>16</i>
Розділ 3. Доведення						
Тема 6. Доведення	18	6	4			8
Тема 7. Метод математичної індукції	12	2	2			8
<i>Контрольна робота</i>	4		2			2
<i>Разом за розділом 3</i>	<i>34</i>	<i>8</i>	<i>8</i>			<i>18</i>
Розділ 4. Елементи дискретної математики						
Тема 8. Поняття відношення	8	2	2			4
Тема 9. Початкові поняття комбінаторики	16	4	4			8
Тема 10. Початкові поняття теорії графів	10	4	2			4
<i>Разом за розділом 4</i>	<i>34</i>	<i>10</i>	<i>8</i>			<i>16</i>
Разом	120	32	32			56

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Множини і їх властивості	4
2	Висловлювання і їх властивості	4
3	Предикати, квантори і їх властивості	4
4	<i>Контрольна робота</i>	2
5	Необхідні і достатні умови	2
6	Доведення	4
7	<i>Контрольна робота</i>	2
8	Відношення	2
9	Елементи комбінаторики	4
10	Елементи теорії графів	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розбір прикладів, розв'язування задач з властивостей множин і операцій над множинами	8
2	Розбір прикладів, розв'язування задач з властивостей логічних операцій	4
3	Розбір і побудова прикладів з властивостей предикатів і кванторів, побудова заперечень	6
4	Розбір і побудова прикладів необхідних і достатніх умов, прямої і оберненої теорем	6
5	Знайомство з прийомами доведення, в тому числі з методом	16

	математичної індукції, розбір прикладів, розв'язування задач	
6	Розбір прикладів відношень, розв'язування задач	4
7	Розв'язування найпростіших задач з комбінаторики	8
8	Розв'язування найпростіших задач з теорії графів	4
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені

7. Методи навчання.

Пояснювально-ілюстративний та частково-пошуковий. Студенти опановують значну частину теоретичного матеріалу шляхом розв'язування задач. Даний курс є вступним, його основна мета – допомогти студентам у майбутньому свідомо вивчати дисципліни математичного змісту. Тому протягом курсу перевага надається неформальним обговоренням основних ідей, понять, мотивації, наведенню і аналізу прикладів і т.д.

8. Методи контролю.

Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування за лекційним матеріалом, перевірка контрольних робіт, проведення колоквиуму, перевірка залікової роботи.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Залікова робота	Сума
Розділи 1-4	Колоквиум	Контрольні роботи	Разом		
20	20	20	60	40	100

Мінімальна кількість балів з навчальної дисципліни, яку здобувач вищої освіти повинен набрати під час поточного контролю і самостійної роботи для допуску до складання підсумкового контролю (заліку), не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень:

Поточний контроль: бали наховуються за виконання домашніх завдань і активність під час практичних занять.

Зміст контрольної роботи №1: розв'язання задач за темами: робота з множинами і висловлюваннями. Зміст контрольної роботи №2: розв'язання задач з методів доведення, методу математичної індукції. Кожна контрольна робота складається з задач. Як правило, повне розв'язання передбачає не лише відповідь, але й словесне пояснення. Максимальна оцінка за кожну контрольну роботу – 10 балів. При неповному або неправильному розв'язанні бал може бути знижений.

Колоквиум проводиться у формі усної індивідуальної співбесіди за 1-2 питаннями зі списку, який надається студентам. При проведенні співбесіди увага приділяється неформальним обговоренням понять і прикладів, мотивації введення цих понять, логічним зв'язкам між поняттями. Максимальна оцінка за колоквиум – 20 балів.

Залікова робота передбачає письмове розв'язання задач. Повне розв'язання передбачає не лише відповідь, але й словесне пояснення, в тому числі пояснення означень, тверджень, методів, що використовуються. Максимальна оцінка – 40 балів:

- 36-40 балів у разі правильного обґрунтованого розв'язання всіх задач, можливо, з

- одною незначною помилкою;
- 30-35 балів у разі правильного обґрунтованого розв'язання всіх задач за наявності незначних помилок;
 - 15-29 балів у разі правильного обґрунтованого розв'язання частини задач та/або за наявності значних логічних помилок, якщо хід розв'язання в цілому правильний;
 - 1-14 балів у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованих відповідей;
 - 0 балів, якщо розв'язань немає або наведені міркування не мають відношення до завдання.

Шкала оцінювання: дворівнева

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка
50-100	зараховано
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. В.В. Слесарев, І.В. Новицький, С.А. Ус. Дискретна математика : навчальний посібник. – Дніпро, НТУ «ДП», 2023. – 183 с.
<https://ir.nmu.org.ua/server/api/core/bitstreams/b601187b-7d75-455b-8450-c94b3010ae4d/content>
2. Р.М. Трохимчук, М.С. Нікітченко. Дискретна математика у прикладах і задачах : навч. посібник. – Київ : ВПЦ Київський університет, 2017. – 248 с.
https://csc.knu.ua/media/filer_public/89/10/89101127-5400-4d61-9840-7eab32caddab/discrete_mathematics.pdf
3. О. М. Мартинюк, С. Ю. Попіна, Елементи комбінаторики й класичне означення ймовірності, Тернопіль, 2003. – 40 с.
<https://dspace.wunu.edu.ua/handle/316497/634>

Допоміжна література

1. Ю.М.Щербина, Н.М. Колос, О.Я. Прядко. Математична логіка для комп'ютерних наук. – Львів. нац. ун-т ім. І. Франка. – Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2023. – 249 с.
2. Дж. Елленберг. Як ніколи не помилятися. Сила математичного мислення / пер. з англ. Андрій Іщенко. — К. : Наш формат, 2017. — 408 с.
3. М.М.Левшин, Є.О.Лодатко. Математика : навчальний посібник. Частина 1. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2012. – 264 с.
4. Ю. Дрозд. Основи математичної логіки. Київ, 2003.
<https://www.imath.kiev.ua/~drozd/Logic.pdf>
5. В.К. Маслюченко, Елементи теорії множин. – Чернівці: Рута. – 2002. – 132 с.
6. Р.М. Трохимчук. Збірник задач і вправ з математичної логіки: навчальний посібник. – Київ, ДП «Видавничий дім Персонал». – 2008. – 116 с.
7. R. Hammack. Book of Proof. Virginia Commonwealth University Richmond, Virginia, 2013.
<https://jdsmith.math.iastate.edu/class/BookOfProof.pdf>
8. M. Olinick. Discovering Infinity. – J. of Inquiry-Based Learning in Mathematics. – 2015.

– No. 38. – 67 p.

https://www.ams.org/open-math-notes/files/course-material/IBL-202011-111235-2-Student_notes-v1.pdf

9. A. Habib. Undergraduate Mathematics: Foundations. – 2019. – 260 p.

https://www.ams.org/open-math-notes/files/course-material/OMN-201912-110812-1-Course_notes-v1.pdf