

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“13” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Тамара Фастовська, кандидат фізико-математичних наук, доцент.,
доцент кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 26 серпня 2024 року № 1 .

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни **«МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА»**
складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки **«бакалавр»**
спеціальності **111 – Математика**
освітня програма **«Математика»**

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни. Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам математичної статистики в об'єму, достатньому для подальшої самостійної роботи з літературою та самостійного розв'язання основних статистичних задач.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам математичної статистики та застосуванню цих методів для різноманітних задач теоретичного та прикладного характеру.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей:

ІК01. Здатність розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей:

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

ФК05. Здатність до кількісного мислення.

ФК06. Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.

ФК09. Здатність застосовувати спеціалізовані мови програмування та пакети прикладних програм

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин - 120

| | |
|--|-------------------------------------|
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | |
| Обов'язкова | |
| Денна форма навчання | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | |
| 4-й | |
| Семестр | |
| 8-й | |
| Лекції | |

| | |
|-------------------------------------|--|
| 32 год. | |
| Практичні, семінарські заняття | |
| 32 год. | |
| Лабораторні заняття | |
| | |
| Самостійна робота | |
| 56 год. | |
| у тому числі індивідуальні завдання | |
| Розрахунково-графічні роботи (3) | |

1.6. Заплановані результати навчання:

ЗНАТИ:

Теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних:

- ✓ Різні числові та графічні характеристики вибірки.
- ✓ Поняття незсуненості та слухності точкових оцінок параметрів розподілу, методи їх знаходження (метод моментів, метод максимуму правдоподібності).
- ✓ Інтервальні оцінки параметрів, формули довірчих інтервалів для параметрів нормального розподілу.
- ✓ Основні статистичні розподіли критерії перевірки статистичних гіпотез.

УМІТИ:

- ✓ Знаходити числові та графічні характеристики вибірки.
- ✓ Застосовувати метод найменших квадратів в задачі оцінки параметрів простої лінійної регресії.
- ✓ Використовувати таблиці математичної статистики.
- ✓ Перевіряти незсуненість, слухність оцінок параметрів розподілу, застосовувати методи моментів та максимуму правдоподібності для знаходження оцінок параметрів.
- ✓ Будувати інтервальні оцінки параметрів розподілу.
- ✓ Будувати інтервальні оцінки параметрів простої лінійної регресії.
- ✓ Використовувати статистичні критерії для перевірки статистичних гіпотез.
- ✓ Застосовувати основні методи для дослідження випадкових явищ, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ.
- ✓ Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією, і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних.

Результати вивчення навчальної дисципліни «Математична статистика» відповідають таким програмним результатам навчання:

PH.05 Мати навички використання спеціалізованих програмних засобів комп'ютерної та прикладної математики і використовувати інтернет-ресурси.

PH.06 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів.

PH.17 Знати теоретичні основи і застосовувати основні методи теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів і математичної статистики для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки реальних даних та аналізу тривалих випадкових явищ.

PH.20 Розв'язувати основні математичні задачі аналізу даних; застосовувати базові загальні математичні моделі для специфічних ситуацій, мати навички управління інформацією, і застосування комп'ютерних засобів статистичного аналізу даних.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Вибіркові характеристики та оцінки статистичних параметрів.

Тема 1. Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики.

Тема 2. Поняття незсуненості та слухності оцінок параметрів розподілу. Методи побудови оцінок параметрів. Оцінки параметрів нормального, рівномірного та деяких інших розподілів. Теорема Рао-Крамера.

Тема 3. Довірчий інтервал. Довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу. Загальні методи побудови довірчих інтервалів.

Розділ 2. Статистична перевірка гіпотез.

Тема 1. Загальна схема перевірки статистичних гіпотез. Перевірка гіпотез про вид розподілу: нормальний, рівномірний, показниковий, біноміальний, Пуассона.

Тема 2. Перевірка параметричних гіпотез. Перевірка гіпотези про значення математичного очікування, значення ймовірності, про рівність математичних

очікувань двох генеральних сукупностей, про значення дисперсії, про рівність дисперсій двох генеральних сукупностей.

Тема 3. Перевірка непараметричних гіпотез. Оцінка достовірності зсуву в значеннях досліджуваної ознаки.

Розділ 3. Теорія регресії та кореляції.

Тема 1. Лінійна парна регресія. Коефіцієнт кореляції. Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку.

Тема 2. Розподіл оцінок параметрів простої лінійної регресії. Довірчі інтервали для коефіцієнтів простої лінійної регресії.

3. Структура навчальної дисципліни

| Назви розділів і тем | Кількість годин | | | | | | | | | | | |
|--|-----------------|--------------|----|------|------|-------|--------------|--------------|----|------|------|-------|
| | денна форма | | | | | | заочна форма | | | | | |
| | усього | у тому числі | | | | | усього | у тому числі | | | | |
| | | л | п | лаб. | інд. | с. р. | | л | п | лаб. | інд. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Розділ 1. Вибіркові характеристики та оцінки статистичних параметрів. | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1 Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики. | 11 | 2 | 2 | | | 7 | | | | | | |
| Тема 2. Поняття незсуненості та слушності оцінок параметрів розподілу. Методи побудови оцінок параметрів. Оцінки параметрів нормального, рівномірного та деяких інших розподілів. Теорема Рао-Крамера. | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |
| Тема 3. Довірчий інтервал. Довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу. Загальні методи побудови довірчих інтервалів. | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |
| Разом за розділом 1 | 41 | 10 | 10 | | | 21 | | | | | | |
| Розділ 2. Статистична перевірка гіпотез. | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|--|--|----|--|--|--|--|--|--|
| Тема 1. Загальна схема перевірки статистичних гіпотез. Перевірка гіпотез про вид розподілу: нормальний, рівномірний, показниковий, біноміальний, Пуассона. | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |
| Тема 2. Перевірка параметричних гіпотез. Перевірка гіпотези про значення математичного очікування, значення ймовірності, про рівність математичних очікувань двох генеральних сукупностей, про значення дисперсії, про рівність дисперсій двох генеральних сукупностей. | 19 | 6 | 6 | | | 7 | | | | | | |
| Тема 3. Перевірка непараметричних гіпотез. Оцінка достовірності зсуву в значеннях досліджуваної ознаки. | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |
| Разом за розділом 2 | 49 | 14 | 14 | | | 21 | | | | | | |
| Розділ 3. Теорія регресії та кореляції. | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Лінійна парна регресія. Коефіцієнт кореляції. Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку. | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |
| Тема 2. Розподіл оцінок параметрів простої лінійної регресії. Довірчі інтервали для коефіцієнтів простої | 15 | 4 | 4 | | | 7 | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|-----------|-----------|--|--|-----------|--|--|--|--|--|--|
| лінійної регресії. Кратна лінійна регресія. | | | | | | | | | | | | |
| Разом за розділом 3 | 30 | 8 | 8 | | | 14 | | | | | | |
| Усього годин | 120 | 32 | 32 | | | 56 | | | | | | |

4. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| 1 | Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики. Структури і класи в R. | 2 |
| 2 | Точкові оцінки параметрів. Структури і класи, графіка в R. | 4 |
| 3 | Інтервальні оцінки параметрів. Побудова довірчих інтервалів для вибіркового середнього та середнього квадратичного відхилення нормального розподілу в R. | 4 |
| 4 | Перевірка гіпотез про вид розподілу. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл в R. | 4 |
| 5 | Перевірка параметричних гіпотез. | 4 |
| 6 | Контрольна робота. | 2 |
| 7 | Перевірка непараметричних гіпотез. Застосування критерію Краскала-Уолліса та діаграми розмаху в R. | 4 |
| 8 | Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку лінійної регресії. Регресійний аналіз, діаграма розсіяння з графіком регресії в R. | 2 |
| 9 | Контрольна робота. | 2 |
| 10 | Довірчі інтервали для коефіцієнтів простої лінійної регресії. Кратна лінійна регресія. | 4 |
| | Разом | 32 |

5. Завдання для самостійної роботи

| № з/п | Види, зміст самостійної роботи | Кількість годин |
|-------|--|-----------------|
| | Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами: | |
| 1 | Поняття вибірки та її числові і графічні характеристики. Структури і класи в R. | 7 |
| 2 | Точкові оцінки параметрів. Структури і класи, графіка в R. | 7 |
| 3 | Інтервальні оцінки параметрів. Побудова довірчих інтервалів для вибіркового середнього та середнього квадратичного відхилення нормального розподілу в R. | 7 |
| 4 | Перевірка гіпотез про вид розподілу. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл в R. | 7 |
| 5 | Перевірка параметричних гіпотез. | 7 |
| 6 | Перевірка непараметричних гіпотез. Застосування критерію Краскала-Уолліса та діаграми розмаху в R. | 7 |
| 7 | Перевірка значущості та інтервальна оцінка параметрів зв'язку лінійної регресії. Регресійний аналіз, діаграма розсіяння з графіком регресії в R. | 7 |

| | | |
|--------------|---|-----------|
| 8 | Довірчі інтервали для коефіцієнтів простої лінійної регресії. Кратна лінійна регресія. | 7 |
| Разом | | 56 |

6. Індивідуальні завдання

Розрахункові-графічні роботи (3).

7. Методи навчання

Лекційно-практичні, пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться дистанційно (за допомогою платформ zoom, moodle) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна

8. Методи контролю

– екзамен (8-й семестр): контрольна робота (1); перевірка самостійної роботи;

9. Схема нарахування балів

| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | Сума | |
|--|-----|-----|----------|-----|-----|----------|-----|--|---------|-----|
| Розділ 1 | | | Розділ 2 | | | Розділ 3 | | Контрольні роботи, передбачені навчальним планом | Екзамен | 100 |
| T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | T 5 | T 6 | T 7 | T 8 | 20 | 40 | |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | | | |

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
|----------------|-------------------------------|---|
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, |

| | | |
|--------|--------------|--|
| | | якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 –69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |

Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка за національною шкалою |
|--|-------------------------------------|
| | для чотирирівневої шкали оцінювання |
| 90 – 100 | відмінно |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно |

10.

Рекомендована література

Базова література

1. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Ж 76 Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.- метод. посібник: У 2-х ч. — Ч. II. Математична статистика. — К.: КНЕУ, 2001.
2. Майборода Р. Є. Комп'ютерна статистика : підручник. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019.
3. Maurice G. Kendall, Alan Stuart, The Advanced Theory of Statistics. – Hufner Publishing House, 1964.

Допоміжна література

1. Чорней Р.К. та ін., Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики. – К. :МАУП 2003.
2. Brownlee, K. A.: Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering. – John Wiley & Sons, New York, 1965.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<http://mathworld.wolfram.com/topics/probability>