Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра **фундаментальної математики**

“**ЗАТВЕРДЖУЮ**”

Проректор з науково- педагогічної роботи

Пантелеймонов А.В.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

“\_\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2018 р.

# Робоча програма навчальної дисципліни

**Простори Соболєва та теорія необмежених операторів**

спеціальність (напрям) **111 - Математика**

спеціалізація \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(шифр, назва спеціалізації)

факультет **математики і інформатики**

2018 / 2019 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2018 року, протокол № 7

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Фастовська Тамара Борисівна, к. ф.-м. н.,**

**доцент кафедри фундаментальної математики.**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики

Протокол від 27 серпня 2018 року № 1.

Завідувач кафедри Ямпольський О.Л.

Програму погоджено методичною комісією факультету математики і інформатики

Протокол від 27 серпня 2018 року № 1.

Голова методичної комісії Анощенко О.О.

**Вступ**

Програма навчальної дисципліни «**Простори Соболєва та теорія необмежених операторів»** складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки **магістр**

спеціальності (напряму) **111** **- математика**

спеціалізації \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. **Опис навчальної дисципліни**

1.1.Мета курсу полягає у навчанні майбутніх спеціалістів основам теорії операторів та просторів Соболєва.

1.2.Завдання курсу полягає у набутті навичок застосування теорії операторів та просторів Соболєва до рівнянь математичної фізики.

1.3. Кількість кредитів – **4**

1.4. Загальна кількість годин **120**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1.5. Характеристика навчальної дисципліни | | |
| Нормативна / **за вибором** | | |
| Денна форма навчання | | Заочна (дистанційна) форма навчання |
| Рік підготовки | | |
| **4-й** | |  |
| Семестр | | |
| **8-й** | |  |
| Лекції | | |
| **32 год.** | |  |
| **Практичні,** семінарські заняття | | |
| **32 год.** | |  |
| Лабораторні заняття | | |
|  |  |  |
| Самостійна робота | | |
| **56 год.** | |  |
| Індивідуальні завдання | | |
|  | | |

1.6. Заплановані результати навчання:

**знати:**

- основні властивості функціонального числення самоспряжених операторів та спектральну теорему, властивості збурених операторів.

- означення та властивостіосновних видів просторів Соболєва.

**уміти:**

-використовувати теорію операторів та просторів Соболєва у теорії рівнянь математичної фізики.

**2. Тематичний план навчальної дисципліни**

*Розділ 1. Теорія операторів.*

*Тема 1.**Замкнені необмежені оператори.*

Критерій замкненості. Замкнені розширення.

*Тема 2.**Спряжений оператор.*

Означення та властивості спряжених операторів . Самоспряжені необмежені оператори.

*Тема 3.* *Симетричні оператори.*

Критерій обмеженості оператора. Власні значення симетричних операторів. Оператори диференціювання та множення на незалежну змінну. Розширення за Фрідріхсом.

*Тема 4.* *Спектр оператора.*

Резольвента та спектр. Класифікація спектру. Спектр самоспряжених операторів. Сектр операторів диференціювання та множення на незалежну змінну. Метод графіка. Спектральний аналіз компактних операторів. Оператори з дискретним спектром.

*Розділ 2.**Простори Соболєва.*

*Тема 1. Простори Соболєва цілих порядків в обмеженій області.*

Простори Соболєва  та їх властивості. Слід функції з .Теорема про слід. Простори Соболєва  та їх властивості. Теорема Реліха. Теорема про компактність множини слідів функцій з .Еквівалентні норми у просторах Соболєва  та 

*Тема 2.* *Простори Соболєва у всьому просторі.*

Простори Соболєва . Повнота  у . Еквівалентні норми у просторах Соболєва .Теорема вкладення для .Теорема про слід для .Оператори підняття у весь простір .

*Тема 3.**Простори Соболєва у напівпросторі.*

Простори Соболєва . Повнота  у . Еквівалентні норми у просторах Соболєва .Простори Соболєва  та їх властивості Повнота  у . Еквівалентні норми у просторах Соболєва .Спряжені простори до .

*Тема 4.**Простори Соболєва з нецілими порядками у обмеженій області.*

Простори  та . Еквівалентні норми у просторах Соболєва .Простори .Теорема про слід для функцій з .Теорема про підняття у область.Теорема про продовження з області у весь простір .Регулярність функцій з .

*Тема 5.Інтерполяція просторів Соболєва.*

Загальна теорія інтерполяції. Інтерполяція просторів . Інтерполяція просторів.Інтерполяція зі спряженими просторами.

*Розділ 3. Вступ до теорії напівгруп та застосування до диференціальних рівнянь.*

*Тема 1. Сильно неперервні напівгрупи лінійних операторів.*

Генератори напівгруп. Тереми Хіллє-Іосіди та Люмера-Філіпса.

*Тема 2.* *Абстрактна задача Коші.*

Теореми про коректну розв’язність задачі Коші.

*Тема 3. Коректна розв’язність лінійних диференціальних рівнянь.*

Застосування операторного методу та методу апроксимацій до доведення коректної розв’язності.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | денна форма | | | | | | | заочна форма | | | | | |
| усього | у тому числі | | | | | | усього | у тому числі | | | | | |
| л | п | лаб. | інд. | | с. р. | л | п | лаб. | інд. | с. р. |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **Розділ 1.** Теорія операторів. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1.Замкнені необмежені оператори.  Критерій замкненості. Замкнені розширення. | 8 | 2 | 2 |  | |  | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2.Спряжений оператор.  Означення та властивості спряжених операторів . Самоспряжені необмежені оператори. | 8 | 2 | 2 |  | |  | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3. Симетричні оператори*.*  Критерій обмеженості оператора. Власні значення симетричних операторів. Оператори диференціювання та множення на незалежну змінну. Розширення за Фрідріхсом. | 8 | 2 | 2 |  | |  | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4. Спектр оператора.  Резольвента та спектр. Класифікація спектру. Спектр самоспряжених операторів. Сектр операторів диференціювання та множення на незалежну змінну. Метод графіка. Спектральний аналіз компактних операторів. Оператори з дискретним спектром. | 12 | 4 | 4 |  | |  | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом1 | 36 | 10 | 10 |  | |  | 16 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 2.** Простори Соболєва*.* | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Простори Соболєва цілих порядків в обмеженій області. ППростори Соболєва  та їх властивості. Слід функції з .Теорема про слід. Простори Соболєва  та їх властивості. Теорема Реліха. Теорема про компактність множини слідів функцій з .Еквівалентні норми у просторах Соболєва  та | 8 | 2 | 2 |  |  | | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Простори Соболєва у всьому просторі.  Простори Соболєва . Повнота  у . Еквівалентні норми у просторах Соболєва .Теорема вкладення для .Теорема про слід для .Оператори підняття у весь простір . | 12 | 4 | 4 |  |  | | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3.Простори Соболєва у напівпросторі.  Простори Соболєва . Повнота  у . Еквівалентні норми у просторах Соболєва .Простори Соболєва  та їх властивості Повнота  у . Еквівалентні норми у просторах Соболєва Спряжені простори до . | 12 | 4 | 4 |  |  | | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 4.Простори Соболєва з нецілими порядками у обмеженій області.  Простори  та . Еквівалентні норми у просторах Соболєва .Простори .Теорема про слід для функцій з .Теорема про підняття у область.Теорема про продовження з області у весь простір .Регулярність функцій з . | 8 | 2 | 2 |  |  | | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 5. Інтерполяція просторів Соболєва.  Загальна теорія інтерполяції. Інтерполяція просторів . Інтерполяція просторівІнтерполяція зі спряженими просторами. | 10 | 4 | 2 |  |  | | 4 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом2 | 50 | 16 | 14 |  |  | | 20 |  |  |  |  |  |  |
| **Розділ 3.** Вступ до теорії напівгруп та застосування до диференціальних рівнянь. | | | | | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Сильно неперервні напівгрупи лінійних операторів.  Генератори напівгруп. Тереми Хіллє-Іосіди та Люмера-Філіпса. | 10 | 2 | 2 |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 2. Абстрактна задача Коші.  Теореми про коректну розв’язність задачі Коші. | 10 | 2 | 2 |  |  | | 6 |  |  |  |  |  |  |
| Тема 3. Коректна розв’язність лінійних диференціальних рівнянь.  Застосування операторного методу та методу апроксимацій до доведення коректної розв’язності. | 14 | 2 | 4 |  |  | | 8 |  |  |  |  |  |  |
| Разом за розділом3 | 34 | 6 | 8 |  |  | | 20 |  |  |  |  |  |  |
| Усього годин | **120** | **32** | **32** |  |  | | **56** |  |  |  |  |  |  |

**4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Замкнені необмежені оператори. | 2 |
| 2 | Спряжений оператор. | 2 |
| 3 | Симетричні оператори*.* | 2 |
| 4 | Спектр оператора. | 4 |
| 5 | Простори Соболєва цілих порядків в обмеженій області. | 2 |
| 6 | Простори Соболєва у всьому просторі. | 4 |
| 7 | Простори Соболєва у напівпросторі. | 4 |
| 8 | Простори Соболєва з нецілими порядками у обмеженій області. | 2 |
| 9 | Інтерполяція просторів Соболєва. | 2 |
| 10 | Сильно неперервні напівгрупи лінійних операторів | 2 |
| 11 | Абстрактна задача Коші | 2 |
| 12 | Коректна розв’язність лінійних диференціальних рівнянь. | 2 |
| 13 | Контрольна робота. | 2 |
| **Разом** |  | **32** |

**5. Завдання для самостійної роботи**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  з/п | Назва теми | Кількість  годин |
| 1 | Замкнені необмежені оператори. Критерій замкненості. Замкнені розширення. | 4 |
| 2 | Спряжений оператор. Означення та властивості спряжених операторів . Самоспряжені необмежені оператори. | 4 |
| 3 | Симетричні оператори*.*Критерій обмеженості оператора. Власні значення симетричних операторів. Розширення за Фрідріхсом. | 4 |
| 4 | Резольвента та спектр. Класифікація спектру. Спектр самоспряжених операторів. Метод графіка. Спектральний аналіз компактних операторів. Оператори з дискретним спектром. | 4 |
| 5 | Простори Соболєва  та їх властивості. Теорема про слід. Простори Соболєва  та їх властивості. Теорема Реліха. Еквівалентні норми у просторах Соболєва | 4 |
| 6 | Простори Соболєва у всьому просторі. | 4 |
| 7 | Простори Соболєва у напівпросторі. | 4 |
| 8 | Простори Соболєва з нецілими порядками у обмеженій області. | 4 |
| 9 | Інтерполяція просторів Соболєва. | 4 |
| 10 | Сильно неперервні напівгрупи лінійних операторів.  Генератори напівгруп. Тереми Хіллє-Іосіди та Люмера-Філіпса. | 6 |
| 11 | Абстрактна задача Коші.  Теореми про коректну розв’язність задачі Коші. | 6 |
| 12 | Коректна розв’язність лінійних диференціальних рівнянь.  Застосування операторного методу та методу апроксимацій до доведення коректної розв’язності. | 4 |
| 17 | Підготовка до іспиту | 4 |
|  | Разом | **56** |

**6. Індивідуальні завдання**

1. *Не передбачені планом*

**7. Методи контролю**

–контрольна робота.

–залік.

–іспит.

**8. Схема нарахування балів**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання | | | | | | | | | | | | | | Сума |
| Розділ 1 | | | | Розділ 2 | | | | | Розділ 3 | | | Контрольна робота, передбачена навчальним планом | Залік\іспит |  |
| Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т1 | Т2 | Т3 | Т4 | Т5 | Т1 | Т2 | Т3 | 20 | 70 | 100 |
|  |  |  | 3 |  |  |  |  | 4 |  |  | 3 |

**Шкала оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру | Оцінка | |
| для екзамену | Для заліку |
| 90 – 100 | відмінно | зараховано |
| 70-89 | добре |
| 50-69 | задовільно |
| 1-49 | незадовільно | не зараховано |

**Критерії оцінювання**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оцінка в балах | Оцінка за національною шкалою | |
| Оцінка | Пояснення | |
| 90 – 100 | Відмінно | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою. |
| 70 – 89 | Добре | Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками. |
| 50 –69 | Задовільно | Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками. |
| 1–49 | Незадовільно | Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки |

**9. Рекомендована література**

**Базова**

1. Ахиезер Н.И., Глазман И.М., Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.,- М.: Наука, Физматлит, 1966.
2. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г., Функциональний анализ. Курс лекций. - К.: Вища школа, 1990.
3. Лионс Ж.-Л., Мадженес Э. Нелинейные граничные задачи и их приложения, - М. : Мир, 1971.
4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных, - М.: Наука, 1983.
5. A. Pazy, Semigroups of Linear Operators and Applications to PDE's, - Springer, New York, 1986

**Допоміжна**

1. Владимиров В. С. , Уравнения математической физики : Учебник для вузов : 5-е изд.,доп.. - М. : Наука, 1988 .
2. Рид М, Саймон Б., Методы современной математической физики. Т.1. – М.: Мир, 1977.

**10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://library.kpi.kharkov.ua>