

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра **фундаментальної математики**

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“ 13 ” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

Елементи алгебри та теорії чисел

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 – Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024/2025 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Каролінський Євген Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики від 26 серпня 2024 року, протокол № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики від 27 серпня 2024 року, протокол № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Елементи алгебри та теорії чисел” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності **111 Математика**, освітня програма «Математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є навчання майбутніх спеціалістів основам теорії чисел, а також алгебри комплексних чисел та многочленів однієї змінної.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам алгебри та теорії чисел та застосуванню цих методів для розв’язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.2.1. Формування наступних інтегральної та загальних компетентностей:

ІК01. Здатність розв’язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп’ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК03. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК07. Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

1.2.2. Формування наступних фахових компетентностей:

ФК01. Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання.

ФК02. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі.

ФК03. Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.

ФК04. Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.3. Кількість кредитів – **6**

1.4. Загальна кількість годин – **180**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов’язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1-й	
Лекції	
48 год.	
Практичні, семінарські заняття	
48 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
84 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання

У результаті вивчення даного курсу студент повинен

Знати:

- ✓ Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.
- ✓ Основні принципи арифметики цілих чисел: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, прості числа, основна теорема арифметики, рівняння за модулем n та класи лишків, лінійні рівняння за модулем n , китайська теорема про лишки, мала теорема Ферма та теорема Ейлера.
- ✓ Аксиоми поля та приклади полів.
- ✓ Основні властивості комплексних чисел.
- ✓ Аксиоми кільця та приклади кілець.
- ✓ Основні властивості многочленів однієї змінної: подільність, ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладення многочлена на незвідні множники, корені многочлена та теорема Безу, кратність кореня та похідна, основну теорему алгебри, інтерполяцію, теореми Штурма.
- ✓ Поняття про раціональні функції однієї змінної, розкладення на найпростіші дроби.

Уміти:

- ✓ Виконувати арифметичні дії з цілими числами, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти цілі числа на прості множники, виконувати арифметичні дії з класами лишків, розв'язувати лінійні рівняння за модулем n , користатись китайською теоремою про лишки.
- ✓ Виконувати арифметичні дії з комплексними числами, знаходити модуль, аргумент та тригонометричну форму комплексного числа.
- ✓ Розв'язувати рівняння третього та четвертого ступенів.
- ✓ Виконувати арифметичні дії з многочленами однієї змінної, виконувати ділення з остачею, знаходити найбільший спільний дільник за допомогою алгоритму Евкліда, розкласти многочлени на незвідні множники, обчислювати кратність кореня многочлена, обчислювати інтерполяційний многочлен, приблизно обчислювати дійсні корені многочлена за допомогою методу Штурма.
- ✓ Розкласти раціональну функцію в суму найпростіших.

Програмні результати навчання:

РН.04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

РН.15 Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Арифметика та комплексні числа

Тема 1. Елементи арифметики

1. Подільність цілих чисел, ділення з остачею, найбільший спільний дільник.
2. Прості числа, основна теорема арифметики.
3. Рівняння за модулем n та класи лишків, лінійні рівняння за модулем n , китайська теорема про лишки.
4. Мала теорема Ферма та теорема Ейлера.

Тема 2. Поле комплексних чисел

1. Визначення поля. Приклади полів. Побудова поля комплексних чисел. Аксиоматичний опис поля комплексних чисел.
2. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Муавра. Корені з одиниці та їх властивості.

3. Рівняння третього та четвертого ступенів.

Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної

Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної

1. Визначення кільця. Приклади кілець. Побудова кільця многочленів однієї змінної.
2. Подільність у кільці многочленів. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда.
3. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлену та теорема Безу.
4. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Основна теорема алгебри (без доведення).
5. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона.
6. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма.

Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної

1. Кільця без дільників нуля. Поле часток кільця без дільників нуля. Поле раціональних функцій однієї змінної.
2. Розкладання раціональної функції в суму найпростіших.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Арифметика та комплексні числа												
Тема 1. Елементи арифметики	45	12*	12			21						
Тема 2. Поле комплексних чисел	45	12*	12			21						
Разом за розділом 1	90	24	24			42						
Розділ 2. Многочлени та раціональні функції однієї змінної												
Тема 1. Кільце многочленів однієї змінної	56	14*	14			28						
Тема 2. Поле раціональних функцій однієї змінної	34	10*	10			14						
Разом за розділом 2	86	24	20			42						
<i>Контрольні роботи (2)</i>	4		4									
Усього годин	180	48	48			84						

*) за дистанційною формою, на платформі ZOOM

4. Темі семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи арифметики Ділення з остачею, найбільший спільний дільник, розкладання цілих чисел на прості множники, дії з класами лишків, лінійні рівняння за модулем n , китайська теорема про лишки.	12
2	Поле комплексних чисел Дії з комплексними числами. Модуль, аргумент та тригонометрична форма комплексного числа, її застосування. Рівняння третього та четвертого ступенів.	12
3	Кільце многочленів однієї змінної Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда. Незвідні многочлени. Розкладання многочлену у добуток незвідних. Корені многочлена та теорема Безу. Кратність кореня многочлена. Похідна та кратні корені. Інтерполяційний многочлен. Формули Лагранжа та Ньютона. Відділення дійсних коренів дійсних многочленів. Метод Штурма.	14
4	Раціональні функції Розкладання раціональної функції в суму найпростіших.	10
5	Контрольні роботи (2)	4
	Разом	48

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Елементи арифметики (домашнє завдання).	21
2	Поле комплексних чисел (домашнє завдання).	21
3	Кільце многочленів однієї змінної (домашнє завдання).	24
4	Раціональні функції (домашнє завдання).	12
5	Підготовка до контрольних робіт (2).	6
	Разом	84

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Форми навчання: лекції (розкриваються принципові та найбільш важливі аспекти визначених тем) із застосуванням мультимедійних засобів навчання; інтерактивні практичні заняття з елементами теоретичних питань.

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та в умовах воєнного стану, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

8. Методи контролю

– поточний семестровий (перевірка виконання домашніх завдань; контрольних робіт (2)); підсумковий семестровий (екзамен).

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання				Контрольні роботи, передбачені навчальним планом	Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2		40	60	40	100
T1	T2	T1	T2				
5	5	5	5				

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Поточний контроль: бали нараховуються за виконання домашніх завдань. За активність під час занять можуть нараховуватись бонусні бали.

За контрольні роботи бали нараховуються таким чином:

максимальний бал у разі правильно обґрунтованої відповіді;

за незначні помилки оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків;

за значні логічні помилки оцінка зменшується до 50 відсотків, якщо хід розв'язання в цілому правильний;

у разі частково правильних міркувань за відсутності обґрунтованої відповіді виставляється до 30 відсотків від максимальної кількості балів;

відповідь не відповідає жодному з критеріїв, які сформульовані вище, – виставляється 0 балів.

Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних питань та однієї задачі.

Максимальну кількість балів за теоретичні питання можна отримати, якщо сформулювати та довести відповідні твердження, навести необхідні приклади. Якщо студент правильно описав ідею доведення, але не зміг до кінця привести відповідні викладки, то оцінка зменшується від 10 до 30 відсотків. У випадку, коли студент зробив помилки при формулюванні тверджень або не зміг пояснити ідею доведення чи навести приклади, то оцінка зменшується від 40 до 100 відсотків. Задача оцінюється за тими ж принципами, що контрольні роботи.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90–100	відмінно
70–89	добре
50–69	задовільно
1–49	незадовільно

10. Рекомендована література

Основна література

1. Елементи теорії чисел: навчально-методичний посібник з елементів алгебри та теорії чисел / укладачі Н. П. Гиря, О. О. Заварзіна, Є. О. Каролінський, Л. Ю. Полякова. – Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2024.
2. Андрійчук В.І., Забавський Б. В. Алгебра і теорія чисел. – Львів, 2005.
3. Завало С. Т. та ін. Алгебра і теорія чисел: практикум. Частина 2. – Київ, Вища школа, 1986.

Допоміжна література

1. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Навчальний посібник з лінійної алгебри. – Київ, 2019.
2. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубінська Є. А. Завдання до практичних занять з лінійної алгебри. – Київ, 2016.

3. Ireland K., Rosen M. A Classical Introduction to Modern Number Theory. – Springer, 1990.
4. Lang S. Algebra. – Springer, 2002.