

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Декан факультету
математики і інформатики
Григорій ЖОЛТКЕВИЧ
“ 13 ” 08 2024 р.



Робоча програма навчальної дисципліни

Аналітична геометрія

рівень вищої освіти **перший(бакалаврський)**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **113- Прикладна математика,**

освітня програма **«Прикладна математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2024 / 2025 навчальний рік

програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

27 серпня 2024 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

Ямпольський Олександр Леонідович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри фундаментальної математики.

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики протокол від 26 серпня 2024 року № 1.

В. о завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Прикладна математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми



Сергій ПОСЛАВСЬКИЙ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики протокол від 27 серпня 2024 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни "Аналітична геометрія" складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавр спеціальності 113 – Прикладна математика, освітня програма «Прикладна математика»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни Аналітична геометрія є оволодіння методом координат при вирішенні геометричних задач на площині і в просторі, а також оволодіння базовими поняттями лінійної алгебри.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є розвиток просторового мислення і вміння робити геометричні висновки з алгебраїчних і аналітичних обчислень.

1.3. Кількість кредитів – 8

1.4. Загальна кількість годин – 240

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1-й – 2-й	
Лекції	
64 год.	
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
112 год.	
у тому числі індивідуальні завдання розрахунково-графічна робота (1)	

1.6. Заплановані результати навчання

У відповідності до освітньо-професійної програми «Математика» по завершенню курсу будуть досягнуті наступні результати навчання:

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН21. Демонструвати розуміння загальних принципів побудови математичних теорій, основних понять логіки, уміти формулювати та доводити математичні твердження.

РН22. Уміти отримувати змістовні висновки, контрприкладні, перевіряти і обґрунтовувати правильність застосованих міркувань і отриманих розв'язків.

Досягнення результатів навчання відбувається за рахунок
знань

- Основ векторної алгебри.
- Визначення афінного та евклідового просторів.
- Визначення скалярного, векторного та мішаного добутків.
- Ознак колінеарності та компланарності векторів.
- Рівнянь прямих і площин в афінному та евклідовому просторах.
- Визначення опуклих множин, визначення опуклої оболонки та її механічний зміст.
- Канонічних форми кривих і поверхонь 2-го порядку.
- Властивостей рухів, теореми про класифікацію рухів на площині та в просторі.

та умінь

- обчислювати довжину вектора та кути між векторами;
- знаходити скалярний, векторний, подвійний векторний та змішаний добуток векторів, орієнтовану площу паралелограму та орієнтований об'єм паралелепіпеду, формули перетворення базисів та координат;
- складати параметричні, загальні та нормовані рівняння прямих і площин;
- знаходити кут між прямими (площинами) та кут між прямою та площиною, відхилення та відстань від точки до прямої (площини), відстань між мимобіжними прямими;
- записати перетворення центральної, осьової симетрії та симетрії відносно площини;
- записати осьовий поворот за допомогою кватерніонів;
- знайти рівняння геометричного місця точок за його описом;
- знаходити фокуси, директриси, асимптоти та ексцентриситет кривих другого порядку; центр, осі (площини) симетрії кривих (поверхонь) другого порядку; дотичні площини до поверхні другого порядку та прямолінійні твірні;
- обчислювати інваріанти кривих та поверхонь другого порядку;
- визначати тип кривої (поверхні) другого порядку по її загальному рівнянню та знаходити канонічну систему координат;
- записати аналітичний вираз для руху на площині та в просторі.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Семестр 1.

Розділ 1. Основи векторної алгебри

Тема 1. Вектори, координати, афінні координатні системи.

Напрявлені відрізки. Геометричні вектори та операції над ними. Лінійний векторний простір. Базис лінійного простору. Координати вектора. Розкладання вектору за базисом. Афінна система координат. Формула поділу відрізків у даному відношенні. Перетворення базисів і координат. Орієнтація.

Тема 2. Спеціальні добутки векторів та їх використання.

Скалярний добуток. Проекція вектору на пряму, вісь та площину. Евклідов простір. Векторний добуток. Площа паралелограму та його перетворення при заміні базису. Ознака колінеарності векторів. Подвійний векторний добуток. Тотожність Якобі. Поняття про алгебру Лі. Мішаний добуток векторів. Ознака компланарності векторів. Об'єм паралелепіпеду та його перетворення при заміні базису. Формула Лапласа.

Розділ 2. Застосування векторів в геометрії.

Тема 1. Прямі на афінній та евклідовій площині, в афінному та евклідовому просторі.

Види рівнянь прямої на афінній площині та в просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- пряма) та (пряма -- пряма) на афінній площині та в просторі. Рівняння прямої на евклідовій площині. Метричні задачі на площині (відстані та кути). Центральна та осьова симетрія.

Тема 2. Площини і прямі в афінному та евклідовому просторі

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Основи векторної алгебри												
Тема 1. Вектори, координати, афінні координатні системи.	14	4*	4*			6						
Тема 2. Спеціальні добутки векторів та їх використання	14	4*	4*			6						
Усього за розділом 1	28	8	8			12						
Розділ 2. Застосування векторів в геометрії.												
Тема 1. Прямі на афінній та евклідовій площині, в афінному та евклідовому просторі.	16	6*	6*			8						
Тема 2. Площини і прямі в афінному та евклідовому просторі	14	6*	6*			8						
Усього за розділом 2	40	12	12			16						
Розділ 3. Застосування методів аналітичної геометрії.												
Тема 1. Опуклі множини	16	6*	6*			8						
Тема 2. Задачі на геометричні місця точок.	12	6*	4*			8						
Контрольна робота	2		2									
Усього за розділом 2	40	12	12			16						
Розрахунково-графічна робота	12					12						
Усього годин	120	32	32			56						

*(За дистанційною формою, на платформі MOODLE)

Семестр 2

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьог	у тому числі					усього	у тому числі				
		о	л	п	лаб.	інд.		с. р.	л	п	лаб.	інд.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Канонічні рівняння кривих та поверхонь 2 порядку.												
Тема 1. Парабола, еліпс та гіпербола.	20	6	6			8						
Тема 2. Однопараметричні сімейства еліпсів гіпербол та парабол.	16	4	4			8						
Тема 3. Канонічні поверхні 2-го порядку.	16	4	4			8						
Усього за розділом 1	52	14	14			24						
Розділ 2. Спільна теорія кривих і поверхонь 2 порядку.												
Тема 1. Спрощення рівняння кривої і	28	10	10			8						

поверхні 2-го порядку.													
Тема 2. Інваріанти рівняння 2-го порядку.	14	4	2			8							
Усього за розділом 2	42	14	12			16							
Розділ 3. Рухи на площині і в просторі													
Тема 1. Рухи та їх аналітичний опис.	12	2	2			8							
Тема 2. Теорема Шалля для рухів площини. Теорема Шалля для рухів простору.	12	2	2			8							
Усього за розділом 3	24	4	4			16							
<i>Контрольна робота</i>	2		2										
Усього годин	120	32	32			56							

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

Семестр 1

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Спрямовані відрізки. Геометричні вектори та операції над ними. Лінійний векторний простір.	2
2	Базис лінійного простору. Координати вектора. Розкладання вектору за базисом.	2
3	Афінна система координат. Формула поділу відрізків у даному відношенні.	2
4	Перетворення базисів і координат. Орієнтація	2
5	Скалярний добуток. Проекція вектору на пряму, вісь та площину.	2
6	Векторний добуток. Площа паралелограму та трикутника. Ознака колінеарності векторів.	2
7	Подвійний векторний добуток. Мішаний добуток векторів. Ознака компланарності векторів. Об'єм паралелепіпеду, тетраедру.	2
8	Види рівнянь прямої на афінній площині та в просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- пряма) та (пряма -- пряма) на афінній площині та в просторі	2
9	Рівняння прямої на евклідовій площині. Метричні задачі на площині (відстані та кути). Центральна та осьова симетрія	1
10	Види рівнянь площини в афінному та евклідовому просторі (векторне, параметричне, загальне).	2
11	Позиційні задачі типу (точка -- площина), (пряма -- площина) та (площина -- площина) в афінному та евклідовому просторах просторі	2
12	Загальне рівняння прямої в евклідовому просторі. Метричні задачі в просторі (відстані та кути між прямими та площинами).	2
13	Центральна, осьова симетрія. Симетрія відносно площини.	2
14	Кватерніони та опис осьового повороту	2
15	Рівняння відрізка, аналітичний опис опуклої множини. Опукла оболонка. Задача лінійної оптимізації.	2
16	Задачі на геометричні місця точок	1
17	<i>Контрольна робота</i>	2
	Разом	32

Семестр 2

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Канонічне рівняння, директоріальна та оптична властивість параболи.	2
2	Канонічне рівняння, фокальна, директоріальна та оптична властивість	4

	еліпсу.	
3	Канонічне рівняння, фокальна, директоріальна та оптична властивість гіперболи.	2
4	Полярні рівняння параболи, еліпса і гіперболи. Рівняння еліпса, гіперболи і параболи, віднесені до вершини.	2
5	Канонічні форми рівнянь поверхонь другого порядку: еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, конуси, циліндри.	2
6	Прямолінійні твірні на поверхні одноповерхнинного гіперболоїду.	4
7	Прямолінійні твірні на поверхні гіперболічного параболоїду	4
8	Спрощення рівняння кривої 2-го порядку.	2
9	Спрощення рівняння кривої 2-го порядку.	2
10	Діаметри та діаметральні площини. Центр та площини симетрії.	2
11	Інваріанти рівняння 2-го порядку.	2
12	Рухи на площині і в просторі. <i>Контрольна робота</i>	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи Семестр 1

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язання задач за темами: Геометричні вектори та операції над ними. Базис лінійного простору. Афінна система координат. Перетворення базисів і координат. [3] № 2, 4, 10, 14, 18, 20, 22, 26, 30, 38, 40, 52, 54, 66, 70, 78, 80, 82.	6
2	Розв'язання задач за темами: Скалярний добуток. Векторний добуток. Подвійний векторний добуток. Мішаний добуток векторів. [3] № 84, 88, 90, 94, 100, 104, 106, 118, 110, 112, 128, 130, 136, 138, 142, 148, 150, 152, 154, 158, 160, 164, 166, 168, 177, 178, 180, 184, 186, 188, 196.	8
3	Розв'язання задач за темами: Види рівнянь прямої на афінній площині та в просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- пряма) та (пряма -- пряма) на афінній площині та в просторі. Рівняння прямої на евклідовій площині. [3] № 230, 232, 236, 238, 244, 248, 250, 254, 256, 260, 262, 266, 268, 274, 278, 280, 288, 294, 298, 302, 304, 310, 312, 314, 424, 426, 428, 434, 438.	8
4	Розв'язання задач за темами: Види рівнянь площини в афінному та евклідовому просторі (векторне, параметричне, загальне). Позиційні задачі типу (точка -- площина), (пряма -- площина) та (площина -- площина) в афінному та евклідовому просторах просторі. Загальне рівняння прямої в евклідовому просторі. [3] № 334, 336, 340, 342, 346, 348, 352, 354, 356, 360, 362, 366, 368, 372, 378, 380, 386, 388, 394, 396, 400, 406, 410, 412, 414, 416, 418, 420, 425, 427, 434, 438, 442, 446, 448, 450, 452, 458, 462, 468, 474.	10
5	Розв'язання задач за темами: Взаємне розташування точок, прямих і площин (різні задачі) [3] № 476, 478, 480, 482, 484, 486, 488, 490, 496, 500, 504, 506.	8
6	Розв'язання задач за темами: Задачі на геометричні місця точок. Кватерніони та опис осьового повороту. [3] № 226, 228, 1046, 1048.	4
7	Розрахунково-графічна робота.	12
	Разом	56

Семестр 2

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Розв'язання задач за темами: Канонічне рівняння, фокальна, директоріальна та оптична властивість еліпсу. Канонічне рівняння,	4

	фокальна, директоріальна та оптична властивість гіперболи. [3] № 512, 514, 518, 520, 524, 528, 534, 538, 542, 548, 558, 560, 562, 578, 582, 598, 600.	
2	Розв'язання задач за темами: Канонічне рівняння, директоріальна та оптична властивість параболи. Полярні рівняння параболи, еліпса і гіперболи. [3] № 608, 610, 614, 618, 620, 622, 624, 626, 628, 632, 634, 638, 650.	4
3	Розв'язання задач за темами: Взаємне розташування прямої і кривої 2-го порядку. [3] № 664, 666, 672, 674, 678, 680, 684, 712, 714, 720, 722, 726, 738, 742, 782.	4
4	Розв'язання задач за темами: Циліндричні поверхні. Поверхні обертання. Поверхні переносу. [3] № 882, 886, 888, 892, 894, 902, 904, 914, 924, 926, 930.	4
5	Розв'язання задач за темами: Канонічні форми рівнянь поверхонь другого порядку: еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, конуси, циліндри. [3] № 932, 934, 940, 942, 944, 948, 953 (парні), 962 (парні).	8
6	Розв'язання задач за темами: Діаметри та діаметральні площини. Центр та площини симетрії. [3] № 782, 784, 792, 794, 798, 800, 806, 808, 818, 820, 1016, 1018, 1020, 1022, 1026, 1028, 1032, 1034.	8
7	Розв'язання задач за темами: Спрощення рівняння кривої 2-го порядку перетворенням координат і за інваріантами. Класифікаційна теорема для кривих 2 порядку. [3] № 859 (парні), 861 (парні), 862 (парні)	10
8	Розв'язання задач за темами: Спрощення рівняння поверхні 2-го порядку перетворенням координат і за інваріантами. Класифікаційна теорема для поверхонь 2 порядку. [3] № 1041 (парні), 1042 (парні), 1043 (парні)	8
9	Розв'язання задач за темами: Прямолінійні твірні на поверхні однопорожнинного гіперболоїду. Прямолінійні твірні на поверхні гіперболічного параболоїду. [3] № 970, 972, 974, 980, 982, 984, 986,	6
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Розрахунково-графічна робота (1).

7. Методи навчання

Лекційно-практичні, пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові. В умовах воєнного стану, заняття проводяться дистанційно за допомогою платформ ZOOM, MOODLE, Google Class відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна

8. Методи контролю

– облік відвідування аудиторних занять; перевірка виконання домашніх завдань;
– контрольна робота (2), розрахунково-графічна робота (1); підсумковий контроль залік (1 сем.), залік (2 сем.).

9. Схема нарахування балів

Семестр 1

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання		
--	--	--

Розділ 1		Розділ 2		Розділ 3		Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Розрахунково- графічна робота	Разом	Залік	Сума
T1	T2	T1	T2	T1	T2					
5	10	5	10	5	5	10	10	60	40	100

Семестр 2

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання							Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Разом	Залік	Сума
Розділ 1		Розділ 2		Розділ 3						
T1	T2	T3	T1	T2	T1	T2				
5	5	5	10	5	5	5	20	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 –69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом

		курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки
--	--	--

Критерії оцінювання контрольної роботи

Максимальна оцінка за виконання контрольної роботи становить: 1 семестр 10 балів, другий семестр 20 балів. За кожне завдання нараховується 3 бали за схемою:

- 3 бали за правильно виконане завдання;
- 2 бали за виконане завдання з помилками/недоліками, що не вплинули на кінцевий результат;
- 1 бал за виконане завдання з технічними/арифметичними помилками при наявності коректної логіки виконання;
- 0 балів в інших випадках

Отримана сума балів зводиться до 10% або 20% за формулою

$$\frac{\text{Сума набраних балів}}{\text{Максимальна сума балів}} \cdot 10(\text{або } 20)$$

Критерії оцінювання розрахунково-графічної роботи

Максимальна оцінка за виконання РГР становить 10 балів. За кожне завдання нараховується 3 бали за схемою:

- 3 бали за правильно виконане завдання;
- 2 бали за виконане завдання з помилками/недоліками, що не вплинули на кінцевий результат;
- 1 бал за виконане завдання з технічними/арифметичними помилками при наявності коректної логіки виконання;
- 0 балів в інших випадках

Отримана сума балів зводиться до 10% за формулою $\frac{\text{Сума набраних балів}}{\text{Максимальна сума балів}} \cdot 10$

Критерії оцінювання екзаменаційної (залікової) роботи

Оцінка в балах	Критерії оцінки	Пояснення
36-40	90-100%	Теоретичний зміст курсу засвоєно цілком, сформовано необхідні практичні навички з освоєним матеріалом, усі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконано в повному обсязі, відмінна робота без помилок або роботи з однією не-
28-35	70-89%	Теоретичний зміст курсу засвоєно цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовано, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконано, якість виконання кожного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконано з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією-двома значними помилками

20-27	50-69%	Теоретичний зміст курсу засвоєно неповністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовано, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань містять помилки, робота з трьома значними помилками
0-19	0-49%	Теоретичний зміст курсу не засвоєно, необхідні практичні навички роботи з навчальним матеріалом не сформовано, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткову самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значного підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що пот-

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

10. Рекомендована література

Основна література

1. Борисенко О.А., Ушакова Л.М. Аналітична геометрія. – Харків: Основа, 1993
2. Кириченко В. В., Петкевич Н. Ю.,Петравчук А. П.. Аналітична геометрія. — Київ: ВПЦ «Київський університет», 2003. — 192 с.
3. Збірник задач з аналітичної геометрії / За ред. В. В. Кириченка. — Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2005. — 228 с.

Допоміжна література

1. Ямпольський О.Л. Аналітична геометрія. Вектори, прямі і площини. Навч.-метод. Посібник, ХНУ ім. Каразіна. Харків, 2020. 116 с.
2. Ямпольський О.Л., Шугайло О.О. Аналітична геометрія. Канонічні криві та поверхні другого порядку. Навч.-метод. Посібник, ХНУ ім. Каразіна. Харків, 2021. 100 с.
3. Ямпольський О.Л. Аналітична геометрія. Криві і поверхні другого порядку: загальна теорія. Навч.-метод. Посібник, ХНУ ім. Каразіна. Харків, 2021. 96 с.

11.Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. www-library.univer.kharkov.ua
2. <http://library.kpi.kharkov.ua>