

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. декана факультету математики
і інформатики

Євген МЕНЯЙЛОВ



серпень 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ГАРМОНІЧНИЙ АНАЛІЗ

рівень вищої освіти **перший (бакалаврський)**

галузь знань **Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітня програма **«Математика»**

вид дисципліни **обов'язкова**

факультет **математики і інформатики**

2025/2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

26 серпня 2025 року, протокол № 1

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Дубовий Володимир Кирилович, доктор фізико-математичних наук, професор,
професор кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики
протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

В. о. завідувача кафедри



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено з гарантом освітньої (професійної) програми «Математика»

Гарант освітньої (професійної)
програми



Сергій ГЕФТЕР

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики.
протокол від 26 серпня 2025 року № 1.

Голова науково-методичної комісії



Євген МЕНЯЙЛОВ

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “**Гармонічний аналіз**”
складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки «бакалавр»
спеціальності 111 – **Математика**.

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни полягає у наданні майбутнім спеціалістам знань у галузі сучасної теорії рядів та інтеграла Фур’є.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам гармонічного аналізу та застосуванню цих методів для розв’язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.

1.3. Кількість кредитів – 4

1.4. Загальна кількість годин – 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов’язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
Самостійна робота	
56 год.	
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Перелік компетентностей, що формує дана дисципліна:

ІК-01 Здатність розв’язувати складні задачі та практичні проблеми у математиці або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп’ютерних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК-01 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-03 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК-07 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.

ФК-01 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання.

ФК-02 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі.

ФК-04 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

1.7. Перелік результатів навчання, що формує дана дисципліна:

РН.04 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

8. Пререквізити: Для вивчення дисципліни “Теорія міри та інтеграла” вимагається знання математичного аналізу в об’ємі програми з математичного аналізу ОК.05, теорії міри та інтеграла в об’ємі програми теорії міри та інтеграла ОК.14, комплексного аналізу в об’ємі програми з комплексного аналізу ОК.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Тема 1. Ряди Фур’є. Теореми про апроксимацію неперервних функцій

- Деякі елементарні функції в комплексній області
- Ортонормовані системи функцій
- Ряд Фур’є (РФ) за ортонормованою системою функцій
- РФ за ортонормованою системою в евклідовому просторі.
- Екстремальна властивість коефіцієнтів Фур’є
- Геометричний зміст екстремальної властивості коефіцієнтів Фур’є
- Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля
- Замкнені та повні системи векторів в евклідовому просторі. Умови замкненості ортонормованої системи. Поняття про базис
- РФ за ортонормованою системою. Тригонометричний ряд Фур’є (ТРФ). Нерівність Бесселя. Рівність Парсеваля – Ляпунова
- ТРФ для парних та непарних функцій
- Розвинення в ТРФ періодичних функцій та на довільному відрізку
- Інтеграл Діріхле
- Лема Римана
- Принцип локалізації Римана
- Основна глобальна ознака поточної збіжності ТРФ
- Ознака Діні поточної збіжності ТРФ, наслідки
- Рівномірна збіжність ТРФ
- Метод Чезаро. Теорема Коші. Сума ТРФ за Чезаро
- Теорема Фейєра
- Теореми Вейерштрасса про апроксимацію
- Почленне інтегрування та диференціювання рядів Фур’є

Тема 2. Інтеграл та перетворення Фур’є

- Комплексна форма ряду Фур’є
- Перетворення Фур’є, приклади
- Тригонометрична форма інтеграла Фур’є, приклад
- Властивості перетворення Фур’є
- Ознака Діні збіжності інтеграла Фур’є
- Згортка функцій та її перетворення Фур’є
- Задача Коші для рівняння теплопровідності

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 1. Ряди Фур’є. Теореми про	60	16*	16			28						

апроксимацію неперервних функцій												
Тема 2. Інтеграл та перетворення Фур'є	60	16*	16			28						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементарні функції в комплексній області.	4
2	Ортонормовані системи функцій.	4
3	Розвинення в ТРФ періодичних функцій..	4
4	Розвинення в ТРФ парних та непарних функцій.	4
5	Розвинення в ТРФ в довільному інтервалі.	4
6	Дослідження ТРФ на поточкову та рівномірну збіжність.	4
7	Почленне інтегрування та диференціювання ТРФ.	4
8	Пошук перетворення Фур'є.	2
9	Контрольна робота.	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Самостійна робота над домашніми завданнями за темами:	
1	Елементарні функції в комплексній області.	8
2	Ортонормовані системи функцій.	8
3	Розвинення в ТРФ парних, непарних, періодичних функцій та в довільному інтервалі.	16
4	Дослідження ТРФ на поточкову або рівномірну збіжність, почленне інтегрування та диференціювання ТРФ.	16
5	Пошук перетворення Фур'є.	7
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна).

8. Методи контролю

- облік відвідування аудиторних занять;
- контрольні опитування;
- контрольні роботи (2);
- контрольні опитування. Залік

9.Схема нарахування балів

Поточний контроль та самостійна робота		Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1	Розділ 2	60	40	100
30	30			

Мінімальна кількість балів для допуску до складання підсумкового контролю програмою не передбачена.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання, виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

Шкала оцінювання

10. Рекомендована література

Основна література

1. А. Я. Дороговцев : Математичний аналіз, ч. II. – К. : Либідь, 1994.- 304 с.
2. В. М. Кадець.: Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів:

Допоміжна література

1. Н. Дум, Н.Р. McKean: Fourier Series and Integrals, Academic Press New York and London, 1972, - 295 p.