

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра фундаментальної математики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної роботи

Антон ПАНТЕШЕЙМОНОВ



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
**Банахові алгебри**

рівень вищої освіти **доктор філософії**

галузь знань **11 - Математика та статистика**

спеціальність **111 – Математика**

освітньо-наукова програма **«Математика»**

вид дисципліни **за вибором**

факультет **математики і інформатики**

2020/ 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою факультету математики і інформатики

31 серпня 2020 року, протокол № 8

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ:

**Гефтер Сергій Леонідович – кандидат фізико-математичних наук, доцент,  
доцент кафедри фундаментальної математики**

Програму схвалено на засіданні кафедри фундаментальної математики  
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Завідувач кафедри



Олександр ЯМПОЛЬСЬКИЙ

Програму погоджено з гарантом освітньої (наукової) програми «Математика»

Гарант освітньої (наукової)  
програми



Володимир КАДЕЦЬ

Програму погоджено науково-методичною комісією факультету математики і інформатики  
протокол № 1 від 31 серпня 2020 року.

Голова науково-методичної комісії



Ольга АНОЩЕНКО

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «**Банахові алгебри**» складена відповідно до освітньо-наукової програми підготовки докторів філософії

галузь знань 11– Математика і статистика  
спеціальність 111 – Математика

### 1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни «*Банахові алгебри*» є ознайомлення студентів з базовими конструкціями, методами і теоремами сучасної спектральної теорії, а також із змістовними прикладами її застосування.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни «*Банахові алгебри*» є ознайомлення студентів з теоретичними засадами теорії банахових та комутативних  $C^*$ -алгебр, а також набуття студентами навичок проведення обчислень фундаментальних об'єктів спектральної теорії.

1.3. Кількість кредитів – **6**

1.4. Загальна кількість годин – **180**

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>За вибором</b>	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
<b>2-й</b>	<b>2-й</b>
Семестр	
<b>4-й</b>	<b>4-й</b>
<b>Лекції</b>	
<b>36 год.</b>	<b>36 год.</b>
Практичні, семінарські заняття	
Лабораторні заняття	
<b>Самостійна робота</b>	
<b>144 год.</b>	<b>144 год.</b>
у тому числі індивідуальні завдання	

1.6. Заплановані результати навчання. Завершуючи навчання, студенти повинні:

**знати** як використовувати елементарні факти теорії банахових алгебр (поняття оборотності, спектру, гомоморфізму), використовувати функціональне числення, поняття ідеала і гомоморфізму, суть перетворення Гельфанда, як вводиться топологія на спектрі комутативної банахової алгебри, теорему Гельфанда-Наймарка про комутативні  $C^*$ -алгебри, доведення спектральної теореми для обмежених нормальних операторів у гільбертовому просторі засобами теорії банахових алгебр.

**уміти** розпізнавати стандартні банахові алгебри, використовувати елементарні факти теорії банахових алгебр (поняття оборотності, спектру, гомоморфізму),

застосовувати теорему про відображення спектрів, використовувати теорему про зв'язок максимальних ідеалів і комплексних гомоморфізмів, доводити основні теореми теорії комутативних  $C^*$ -алгебр.

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

*Тема 1. Елемени теорії алгебр над довільним полем. Основні поняття, приклади. Гомоморфізми, характери, ідеали, подалгебри.*

*Тема 2. Банахові алгебри – базові поняття. Резольвента, спектр, спектральний радіус. Теорема Гельфанда-Мазура.*

*Тема 3. Теорія комутативних банахових алгебр. Спектр та зображення Гельфанда.*

*Тема 4. Теорема Гельфанда-Колмогорова.*

*Тема 5. Основні поняття теорії  $C^*$ -алгебр.*

*Тема 6. Теорема Гельфанда-Наймарка про зображення комутативної  $C^*$ -алгебри.*

*Тема 7. Голоморфне функціональне числення у банахових алгебрах.*

*Тема 8. Неперервне функціональне числення у  $C^*$ -алгебрах та його застосування.*

*Тема 9. Спектральна теорема для обмеженого нормального оператора у гільбертовому просторі.*

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьог о	у тому числі					усьог го	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Тема 1. Елемени теорії алгебр над довільним полем	22	4				18	22	4				18
Тема 2. Банахові алгебри – базові поняття.	21	4				17	21	4				17
Тема 3. Теорія комутативних банахових алгебр	19	4				15	19	4				15
Тема 4. Теорема Гельфанда-Колмогорова	21	4				17	21	4				17
Тема 5. Основні поняття теорії $C^*$ -алгебр	22	4				18	22	4				18
Тема 6. Теорема Гельфанда-Наймарка про зображення комутативної $C^*$ -алгебри	19	4				15	19	4				15
Тема 7. Голоморфне функціональне числення у банахових алгебрах	19	4				15	19	4				15
Тема 8. Неперервне функціональне числення у $C^*$ -алгебрах та його застосування	19	4				15	19	4				15
Тема 9. Спектральна теорема для обмеженого нормального оператора	18	4				14	18	4				14
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>	<b>36</b>				<b>144</b>	<b>180</b>	<b>36</b>				<b>144</b>

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

##### *Для денної та заочно-дистанційної форми навчання*

№ з/п	Теми практичних занять	Кількість годин
	Не передбачено планом	

#### 5. Завдання для самостійної роботи

##### *Для денної та заочно-дистанційної форми навчання*

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
	Опрацювання додаткового матеріалу за відповідними темами та розв'язання задач з домашнього завдання	
1	Ознайомлення з теоретичними відомостями з теорії алгебр над довільним полем.	18
2	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії банахових алгебр.	17
3	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно базових понять теорії комутативних банахових алгебр.	15
4	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно алгебр неперервних функцій.	17
5	Ознайомлення з теоретичними відомостями та розв'язання елементарних задач стосовно теорії $C^*$ -алгебр.	18
6	Ознайомлення з теоретичними відомостями стосовно теорії зображень комутативних $C^*$ -алгебр.	15
7	Приклади застосування голоморфного функціонального числення у банахових алгебрах.	15
8	Приклади застосування неперервного функціонального числення у $C^*$ -алгебрах.	15
9.	Приклади застосування спектральної теореми для самоспряжених і унітарних операторів.	14
	Разом	<b>144</b>

#### 6. Індивідуальні завдання

Не передбачені навчальним планом.

#### 7. Методи навчання

Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину, заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

#### 8. Методи контролю

Поточне опитування,  
підсумковий контроль (екзамен).

## 9. Схема нарахування балів

### Для денної та заочно-дистанційної форми навчання

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання									Разом	Екзамен	Сума
Т 1	Т 2	Т 3	Т 4	Т 5	Т 6	Т 7	Т 8	Т 9			
7	7	7	7	7	7	6	6	6	60	40	100

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

Оцінка в балах	Оцінка за національною шкалою	
Оцінка	Пояснення	
90 – 100	Відмінно	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані в повному обсязі, відмінна робота без помилок або з однією незначною помилкою.
70 – 89	Добре	Теоретичний зміст курсу освоєний цілком, практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, всі навчальні завдання, які передбачені програмою навчання виконані, якість виконання жодного з них не оцінено мінімальним числом балів, деякі види завдань виконані з помилками, робота з декількома незначними помилками, або з однією – двома значними помилками.
50 – 69	Задовільно	Теоретичний зміст курсу освоєний не повністю, але прогалини не носять істотного характеру, необхідні практичні навички роботи з освоєним матеріалом в основному сформовані, більшість передбачених програмою навчання навчальних завдань виконано, деякі з виконаних завдань, містять помилки, робота з трьома значними помилками.
1–49	Незадовільно	Теоретичний зміст курсу не освоєно, необхідні практичні навички роботи не сформовані, всі виконані навчальні завдання містять грубі помилки, додаткова самостійна робота над матеріалом курсу не приведе до значимого підвищення якості виконання навчальних завдань, робота, що потребує повної переробки

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Э. Б. Винберг. Курс алгебры. – М.: Факториал, 2001.
2. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. Підручник. – Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2012. – 590 с. – (Серія “Університетська бібліотека”)
3. Рудин У. Функциональный анализ. М.: «Мир», 1975 – 443 с.

### Допоміжна література

1. Гришко О. Ю., Нагнибіда М. І., Настасієв П. П. Теорія функцій комплексної змінної: Розв’язування задач. – К.: Вища школа, 1994.
2. В. В. Городецкий, Н. И. Нагнибида, П. П. Настасиев Методы решения задач по функциональному анализ . – К.: Вища школа, 1990.

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. [www-library.univer.kharkov.ua](http://www-library.univer.kharkov.ua)
2. <http://mathworld.wolfram.com/topics/Algebra.html>