

**СИЛАБУС**  
навчальної дисципліни

**Вступ до обернених задач спектрального аналізу  
вид дисципліни за вибором**

рівень вищої освіти **бакалавр**; галузь знань **11 - Математика та статистика**;  
спеціальність **111 – Математика**; освітня програма «**Математика**»; факультет  
**математики і інформатики**

РОЗРОБНИК: **ШЕПЕЛЬСЬКИЙ Дмитро Георгійович** д.ф.-м.н., професор кафедри  
фундаментальної математики, старший науковий співробітник

**1. Опис навчальної дисципліни**

**Метою** викладання навчальної дисципліни є ознайомлення майбутніх бакалаврів зі спектральною теорією операторів на прикладі диференціального оператора Штурма-Ліувілля та скінченно-різницевого оператора Якобі.

**Основними завданнями** вивчення дисципліни є опанування основними методами дослідження диференціальних та різницевих операторів, включаючи дослідження спектру та прямої і оберненої спектральних задач для таких операторів.

**Кількість кредитів:** 4

**Загальна кількість годин:** 120

**2. Тематичний план навчальної дисципліни**

**Розділ 1. Пряма та обернена спектральна задача для операторів Штурма-Ліувілля.**

**Тема 1. Диференціальний оператор Штурма-Ліувілля: оцінки для фундаментальної системи.**

Загальна форма операторів другого порядку. Зведення до форми Штурма-Ліувілля. Крайові умови для задачі на скінченному інтервалі.

**Тема 2. Похідні Фреше розв'язків фундаментальної системи.**

Похідна Фреше операторів у бананових просторах. Похідна Фреше власних функцій оператора Штурма-Ліувілля відносно спектрального параметра. Похідна Фреше відносно потенціалу.

**Тема 3. Асимптотика власних значень та власних функцій.**

Характеристична функція спектральної задачі. Застосування теореми Руше додослідження розподілу нулів характеристичної функції

**Тема 4. Крайові задачі для гіперболічних рівнянь.**

Гіперболічні рівняння, що виникають при побудові операторів перетворення. Задача Гурса. Задача Коші. Зведення до інтегральних рівнянь типу Вольтера

**Тема 5. Оператори перетворення.**

Інтегральний оператор Гельфанд-Левітана-Марченка. Зведення до задачі Гурса.

**Тема 6. Обернена задача для операторів Штурма-Ліувілля.**

Теорема єдиності відновлення потенціалу за двома спектрами. Теорема єдиності за одним спектром для симетричних потенціалів

## **Розділ 2. Пряма та обернена спектральна задача для скінченних, напів нескінченних матриць Якобі.**

**Тема 7. Загальні властивості розв'язків рівняння Якобі на всій осі.**

Дискретний вронськіан, властивості нулів розв'язків типу синус та косинус. Зв'язок з детермінантами скінченних матриць Якобі.

**Тема 8. Пряма та обернена задачі спектрального аналізу для скінченної матриці Якобі.**

Спектр і спектральна функція скінченної матриці Якобі. Ортогональні поліноми. Процес ортогоналізації Шмідта. Обернена задача за спектральною функцією.

**Тема 9. Обернена задача для скінченної матриці Якобі за двома спектрами.**

Пряма задача: чергування точок дискретного спектра. Теорема єдиності.

**Тема 10. Спектральна функція і функція Вейля на півосі.**

Матриці операторнозначної міри і оператора резольвенти. Ортогональність многочленів. Спектральний аналіз матриці зі сталими елементами (незбурений дискретний Лапласіан на півосі).

**Тема 11. Розв'язки Вейля і спектральна матриця задачі на осі.**

Функції і розв'язки Вейля задач на півосіах. Спектральний аналіз нескінченної матриці Якобі зі сталими елементами.

**Тема 12.Періодична матриця Якобі періоду 2.**

Розв'язки Флоке, спектр, додатковий спектр, розв'язання оберненої задачі.

### **3. Методи контролю**

Лекційно-практичні. Лекції та практичні заняття проводяться аудиторно. У разі оголошення карантину та ув умовах воєнного стану заняття проводяться аудиторно або дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, MOODLE) відповідно до наказу ректора Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна.

#### **Шкала оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	нездовільно	

#### **4. Рекомендована література**

##### **Основна**

1. Kirsch A. An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems, Springer-Verlag, New York, 1996.
2. Марченко В.А. Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. – К.: Наук. думка, 1986.

##### **Допоміжна**

1. Poschel J., Trubowitz E., Inverse Spectral Theory.- Academic Press, London, 1987.
2. Teschl G. Jacobi Operators and Completely Integrable Nonlinear Lattices. – AMS, 2000
3. Марченко В. А. Введение в теорию обратных задач спектрального анализа. –Харьков:Акта, 2005

#### **5. Посилання на інформаційні ресурси**

Wolfram Math World: <http://mathworld.wolfram.com/topics/PartialDifferentialEquations.html>

Wikipedia: [https://en.wikipedia.org/wiki/Differential\\_equation#Partial\\_differential\\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Differential_equation#Partial_differential_equations)

MathOverflow: <http://mathoverflow.net/questions/tagged/differential-equations>