

# Вопросы к коллоквиуму по комплексному анализу

Фаворов С. Ю.

23 ноября 2012 г.

1. Комплексные числа, действия с ними, неравенства с комплексными числами. Функции  $e^z$ ,  $\ln z$ ,  $z^w$ .
2. Комплексная плоскость, сферическая метрика, сфера Римана. Лемма о компакте и замкнутом множестве.
3. Функции комплексного переменного.  $\mathbb{C}$ - и  $\mathbb{R}$ -дифференцируемость, условия Коши - Римана, голоморфность. Комплексные  $\sin z$  и  $\cos z$ . Вычисление производных.
4. Якобиан голоморфного отображения. Геометрический смысл аргумента производной.
5. Конформные отображения. Примеры: инверсия, обратное отображение, симметрия. Теорема о конформности голоморфного инъективного отображения.
6. Теорема о голоморфности конформного отображения.
7. Гармонические функции и их связь с голоморфными.
8. Интегрирование функций комплексного переменного. Связь с криволинейными интегралами I и II рода. Оценка интеграла.
9. Теорема Ньютона-Лейбница. Интеграл по замкнутой кривой. Лемма об интеграле по окружности.
10. Теорема Коши для треугольника.
11. Теорема Коши для многоугольника, для замкнутой кривой в односвязной области. Лемма об аппроксимации.
12. Теорема Коши для функций, непрерывных вплоть до границы и для многосвязной области.
13. Интегральная формула Коши. Теоремы о среднем значении.
14. Интеграл типа Коши и его производные.
15. Следствия теоремы о производных интеграла типа Коши. Теорема Мореры.
16. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды.
17. Теорема о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора.
18. Неравенство Коши. Теорема Лиувилля.
19. Нули голоморфных функций. Две теоремы единственности. Аналитическое продолжение.
20. Особые точки на границе круга сходимости степенного ряда, примеры. Существование особых точек.
21. Ряд Лорана, теорема о разложении голоморфной функции в ряд Лорана. Единственность.
22. Изолированные особые точки и их классификация, примеры, критерий устранимой особенности.
23. Критерии полюса и существенной особенности. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса.
24. Изолированная особенность в  $\infty$ . Теорема о функциях с конечным числом полюсов.
25. Теория вычетов. Теорема Коши о вычетах.
26. Лемма о котангенсе. Суммирование рядов с помощью вычетов.
27. Применение вычетов к вычислению интегралов. Лемма Жордана.